

## Riskiteorian laskuharjoitus 11, 17.12.2009

1. Osoita, että lauseen 9.1.2 oletuksien ja merkinnöiden

$$\lim_{U_0 \rightarrow \infty} U_0^{-1} \log \mathbb{P}(T \leq xU_0) = -R,$$

kun  $x \geq \mu_T$ .

2. Olkoon yhtiön vuotuinen kokonaisvahinkomäärä  $X$  yhdistettyä Poisson-jakaumaa noudattava satunnaismuuttuja siten, että vahinkojen lukumäärän odotusarvo on  $\lambda$  ja yksittäiset vahingot ovat eksponenttijakautuneita parametrilla  $\mu$ . Oletetaan, että eri vuosien kokonaisvahinkomäärät ovat toisistaan riippumattomia. Vuoden  $n$  vakuutusmaksu olkoon  $(1+v)\lambda/\mu$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ . Olkoon  $T$  vararikkohetki. Osoita, että  $\mathbb{P}(T < \infty) \leq 0.01$  riippumatta Poisson-parametrilla, kun  $\mu = 1$ ,  $v = 0.05$  ja yhtiöllä on vuoden 1 alussa alkupääomaa määrä 100.

3. Yhtiön  $i$  vuosien  $1, 2, \dots$  tappiot  $\xi_1(i), \xi_2(i), \dots$  ovat riippumattomia  $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ -jakautuneita satunnaismuuttujia, missä  $\mu_i < 0$  ja  $\sigma_i^2 \in (0, \infty)$  ovat  $\xi_1(i)$ :n odotusarvo ja varianssi ( $i = 1, 2$ ). Oletetaan, että vuotuisen tappion suhteellinen hajonta  $\sigma_i/\mu_i$  on sama kummallakin yhtiöllä ja että  $\sigma_2 > \sigma_1$ . Olkoon kummankin yhtiön alkupääoma  $U_0$  ja  $T_i$  yhtiön  $i$  vararikkohetki. Osoita, että  $\mathbb{P}(T_1 < \infty) < \mathbb{P}(T_2 < \infty)$ , kunhan  $U_0$  on riittävän suuri.

4. Yhtiön  $i$  vuosien  $1, 2, \dots$  tappiot  $\xi_1(i), \xi_2(i), \dots$  ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita,  $i = 1, 2$ . Oletetaan, että  $\mathbb{P}(\xi_1(1) > v) \geq \mathbb{P}(\xi_1(2) > v)$ ,  $\forall v \in \mathbb{R}$ . Olkoon  $R_i$  yhtiön  $i$  Lundbergin eksponentti. Osoita, että  $R_1 \leq R_2$ .

5. Olkoon vuotuinen kokonaisvahinkomäärä  $X$  yhdistettyä Poisson-jakaumaa noudattava satunnaismuuttuja. Vahinkojen lukumäärän odotusarvo on  $\lambda$  ja yksittäisen vahingon suuruus vakio  $a$ . Oletetaan, että eri vuosien kokonaisvahinkomäärät ovat toisistaan riippumattomia. Vuotuinen vakuutusmaksu olkoon  $P$ . Yhtiöllä on vuoden 1 alussa alkupääoma  $U_0$ . Olkoon  $T$  vararikkohetki. Yhtiön sallitaan jatkaa toimintaansa, mikäli

$$\mathbb{P}(T \leq 3) \leq 0.01.$$

Osoita, että yhtiö täyttää mainitun vakavaraisuusvaatimuksen, kun parametreilla on arvot  $\lambda = 10$ ,  $a = 2$ ,  $P = 23$  ja  $U_0 = 30$ .