Riskiteorian laskuharjoitus 10, 10.12.2009

1. Oletetaan, että ehdolla $Q = q$ vahinkoja sattuu Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä λq, missä $\mathbb{P}(Q = 1 - a) = 0.5$ ja $\mathbb{P}(Q = 1 + a) = 0.5$. Muuttujaa Q ei pystytä suoraan havaitsemaan. Yksittäisen vahingon suuruus olkoon vakio (=1). Vahinkojen raportoitumisviiveet ovat toisistaan ja lukumääräprosessista riippumattomia. Oletetaan, että korvaus maksetaan aina kokonaisuudessaan heti, kun vahinko raportoituu yhtiöön. Raportoitumisviiveet ovat eksponentiaalisesti jakautuneita parametrilla μ.

Oletetaan, että yhtiö toimii vain yhden vuoden. Olkoon V tunnettujen ja U tuntemattomien vahinkojen lukumäärä toimintavuoden lopussa. Määrää ehdolliset todennäköisyydet $\mathbb{P}(Q = 1 - a \mid V = h)$ ja $\mathbb{P}(Q = 1 + a \mid V = h)$, kun $\lambda = 100, \mu = 1, a = 0.1$ ja $h = 50$.

2. (jatkoa) Johda esitys ehdollisille todennäköisyyksille $\mathbb{P}(U = k \mid V = h)$ parametrien λ, μ ja a avulla, kun $h, k \in \mathbb{N}$ ovat kiinteitä.

3. (jatkoa) Määrää ehdollinen odotusarvo $\mathbb{E}(U \mid V = h)$, kun parametreilla λ, μ, a ja h on tehtävässä 1 mainitut arvot.

4. Määrää tuntemattomien vahinkojen credibility-ennuste toimintavuoden lopussa, kun parametreilla λ, μ, a ja h on tehtävässä 1 mainitut arvot.

5. Olkoon yhtiön vuosien $1, 2, \ldots$ tappiot riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia. Olkoon c vuotuisen tappion kumulantit generoiva funktio ja T vararikkohetki. Yhtiöllä on vuoden 1 alussa alkupääomaa määrä $U_0 > 0$. Oletetaan, että

$$c(R) \in (-\infty, 0] \text{ ja että } c(t) = \infty, \forall t > R,$$

missä R on positiivinen vakio. Osoita, että

$$\mathbf{P}(T < \infty) \leq e^{-RU_0}.$$