

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Stokastiset prosessit

Harjoitus 6

13.06.2008

1. Tarkastellaan seuraavanlaista jonomallia: linjastoon saapuu Poissonin prosessin mukaisesti asiakkaita keskimäärin 50 tunnissa. Linjastossa on aina vapaa palvelupiste. Palveluajat ovat eksponenttijakautuneita ja riippumattomia, ja keskimäärin yksi asiakas viipyy linjastossa puoli tuntia. Olkoon $X(t)$ asiakkaisen lukumäärä linjastossa hetkellä $t \geq 0$.

a) Millainen Markovin prosessi kuvaa tätä mallia? Määrää myös sen siirtymäintensiteetit.

b) Määrää prosessin tasapainojakauma.

c) Määrää mallin keskimääräinen asiakasmäärä.

2. Kuinka edellisen tehtävän malli muuttuu, jos palvelupisteitä onkin d kappaletta.

3. Jatkoa tehtävään 2). Oletetaan, että linjaston toiminta on tasapainossa.

a) Millä todennäköisyydellä kaikki palvelupisteet ovat vapaita?

b) Millä todennäköisyydellä ensimmäisen palvelupisteen asiakaspalvelija saa levätä, jos oletamme, että vapaina olevat palvelupisteet palvelevat asiakkaita täysin satunnaisesessa järjestyksessä.

4. Olkoon $X(t)$ MP, jonka $S = \{0, 1\}$ ja siirtymäintensiteetit $q_{01} = a$ ja $q_{10} = b$.

a) Muodosta yhtälö tilajakaumamatriisille $P(t)$.

a) Ratkaise tämä yhtälö.