Osittaisdifferentiaaliyhtälöt II
Laskuharjoitus 6
Ma 16.11.2009, kello 10-12, B322

1. Osoita, että jos $x_n \xrightarrow{w} x$ Hilbert-avaruudessa H, niin $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ on rajoitettu ts. on olemassa $C > 0$ s.e. $\|x_n\|_H \leq C$.

2. Osoita, että jos $x_n \xrightarrow{w} x$ Hilbert-avaruudessa H, niin $\|x\|_H \leq \limsup_{n\to\infty} \|x_n\|_H$.

3. Osoita, että Hilbert-avaruudessa H aliavaruudelle $Y \subset H$ pätee $(Y^{\perp})^{\perp} = \overline{Y}$.

4. a) Käy läpi todistus [Renardy, Rogers (1st ed.). Thm 7.82] tapauksessa: Jos $A_n : H \to H$ ovat kompakteja operaattoreita ja $A : H \to H$ on jatkuva operaattori, jolle $\|A_n - A\| \to 0$, niin A on kompakti.

   b) Käy läpi todistus [Renardy, Rogers (1st ed.). Thm 7.83].

   Molemmat todistukset löytyvät kurssikansiosta.