



MATEMATIIKAN OPETUSLABORATORIO

Arviointi matematiikan opetuksessa



ARVIOINNIN PERUSTYYPIT

(KS. ESIM. VIRTANEN, POSTAREFF & HAILIKARI, 2015)

- Diagnostinen arviointi
 - esim. **ennen kurssia** opettaja tekee ”lähtötasotestin”, jotta voi suunnitella/suunnata kurssin toimintaa sen mukaan)
- Formatiivinen arviointi
 - esim. **kurssin mittaan** opettaja antaa palautetta opiskelijoiden ”välitehtävistä”, jotta opiskelijat voivat suunnitella/suunnata omaa toimintaansa palautteen avulla)
- Summatiivinen arviointi
 - esim. **kurssin päätteeksi** tehdään lopputentti, joka kattaa kurssin keskeiset sisällöt ja mittaa kurssin keskeisiä tavoitteita)



ARVIOINNIN KAKSOISROOLI

- Edellisistä arvioinnin päätyypeistä voi havaita, että arvioinnilla on kaksoisrooli:
 1. Antaa opettajalle ja/tai oppijalle hyödyllistä tietoa osaamisesta tai oppimisesta, joka auttaa toiminnan jatkamisessa
 2. Antaa tietoa opettajalle ja oppijalle oppimistavoitteiden toteutumisesta (ja sijoittaa osaaminen jollekin asteikolle)



ERI TAPOJA ARVIOIDA

(KS. ESIM. VIRTANEN, POSTAREFF & HAILIKARI, 2015)

- Opettajan arviointi
- Vertaisarviointi
- Itsearviointi



ARVIOINTI JA KONSTRUKTIIVINEN LINJAKKUUS (KS. ESIM. BIGGS & TANG, 2011)

- **Ns. konstruktivisen linjakuuden mallin mukaan asetettujen oppimistavoitteiden, opetuksen ja arvioinnin tulisi olla keskenään linjassa**



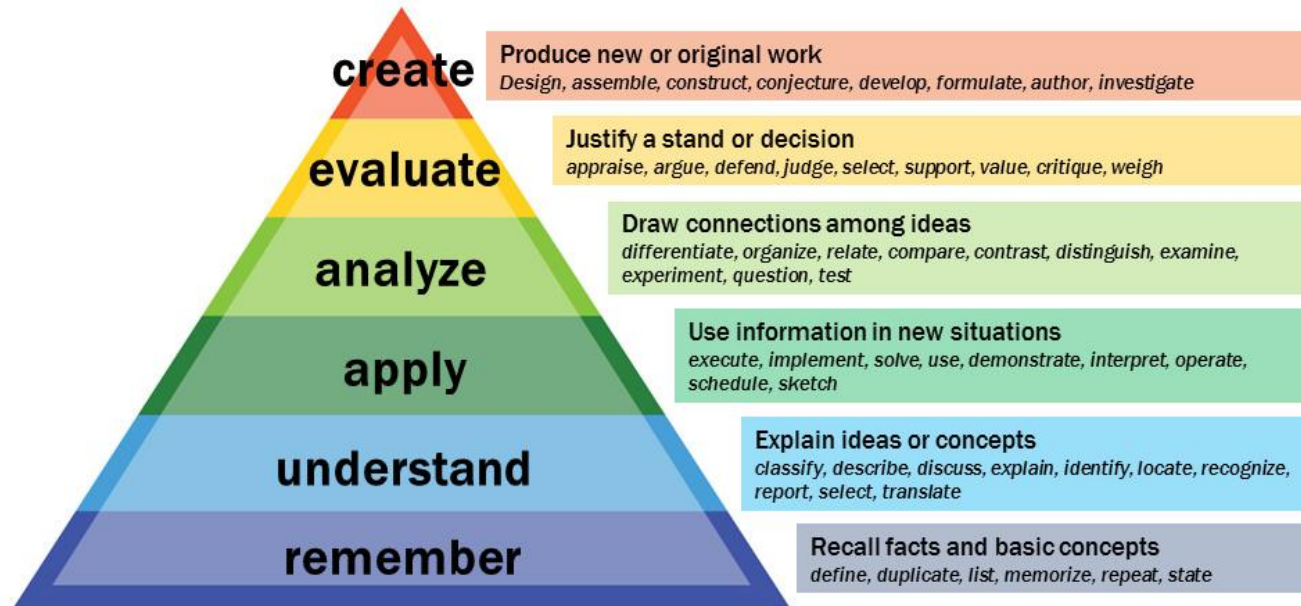
ARVIOINTI JA TAKSONOMIAT

- Herää kysymys, minkälaisia taitoja (matematiikassa) tulisi mitata (ja tavoitella)
- Vastaukseksi on tarjottu erilaisia taksonomioita, tunnetuimpina Bloomin taksonomia ja SOLO-taksonomia



BLOOMIN TAKSONOMIA (JANSEN MUUNNELMAT) (KS. ESIM. KRATHWOHL, 2002)

Bloom's Taxonomy



 Vanderbilt University Center for Teaching

Kuva: <https://cft.vanderbilt.edu/guides-sub-pages/blooms-taxonomy/> (Vanderbilt University Center for Teaching)



SOLO-TAKSONOMIA (KS. ESIM. BIGGS & TANG, 2011)

1. Esirakenteinen (prestructural)
≈ ei järkevää vastausta kysymykseen
2. Yksirakenteinen (unistructural)
≈ yksipuolinen (osin puutteellinen) vastaus kysymykseen
3. Monirakenteinen (multistructural)
≈ useita näkökulmia, ei kuitenkaan välttämättä yhtenäinen
4. Relationaalinen (relational)
≈ useita näkökulmia ja niiden johdonmukainen yhdistäminen
5. Laaja abstraktinen (extended abstract)
≈ yhtenäinen vastaus, jossa myös käsitelty yksittäinen tapaus asetetaan laajempaan kontekstiin ja kehitellään eteenpäin



ESIMERKKIKURSSI

- AMK:n matematiikan kurssi bioanalytiikan opiskelijoille (1,5 op)
- Sisällöt: Yksikkömuunnokset, lukujen merkitsevyys, potenssit ja juuret, 1. asteen yhtälö ja verranto, logaritmit, eksponenttifunktiot.
- Opintojakson osaamistavoitteet: Opiskelija laskee peruslaskutoimitukset ja soveltaa niitä bioanalytiikon työssä, muuntaa yksiköt, ratkaisee yhtälöt, tunnistaa ja kuvaa matemaattisia riippuvuuksia
- Kurssin moniste osoitteessa <http://bit.ly/2lO1e1z>



MITEN TOTEUTTAISITTE KURSSIN ARVIOINNIN?

Ryhmä 1:

- Konkreettisia alaan liittyviä testejä, jotka vaikeutuvat kurssin mittaan ja ovat soveltavia (jatkuva, formatiivinen arviointi)
- "Väliarvioinnit" -> tasoajattelu ("mastery learning")
- Lopputentti, mutta painotus järkevä (summatiivinen arviointi)



MITEN TOTEUTTAISITTE KURSSIN ARVIOINNIN?

Ryhmä 2:

- Työhön kytkeytyvät ; myös soveltavat ja analysoivat, saat tuloksen X , miten tulkitset jne.
- Arvioinnissa ”tiukka linja” (kuten lääkelaskuissa)
- Väliarvioinnit
- Lopputentti, mutta laskuharjoituksia koko ajan kurssin aikana



MITEN TOTEUTTAISITTE KURSSIN ARVIOINNIN?

Ryhmä 3:

- Ryhmätyö voisi olla hyvä, mutta kurssi on pieni, joten ei ehkä mahdu -> osa-alueiden jako eri ryhmille
- Tehtävät käytäntöön liittyen
- Testataan peruslaskutoimitukset, että kaikki ovat oppineet ne



KURSSIN JA ARVIOINNIN TOTEUTUS

Kokonaisuus 1: Peruslaskutoimituksia ja lausekkeita

Ensimmäisessä osassa varmistat, että ymmärrät peruslaskutoimituksiin, laskujärjestykseen ja yksikertaisiin lausekkeiden sievennyksiin liittyvät asiat.

Materiaalit:

- [diat](#)
- [esimerkkivideot \(laskujärjestys | sievennys | murtoluvut\)](#)
- [harjoitustehtävät | harjoitustehtävien vastaukset](#)
- [osaamisen testaus \(perusosa | lisäosa\)](#)

Kokonaisuus 2: Merkitsevät numerot ja pyöristäminen

Tässä osassa opit, miten mittaustarkkuutta voidaan kuvata merkitsevilla numeroilla ja miten pyöristäminen suoritetaan asianmukaisesti

Materiaalit:

- [diat](#)
- [esimerkkivideot \(merkitsevien numeroiden mukaan pyöristäminen\)](#)
- [harjoitustehtävät | harjoitustehtävien vastaukset](#)
- [osaamisen testaus \(perusosa | lisäosa\)](#)

Kokonaisuus 3: Yksikkömuunnokset

Tässä osassa palautat mieleen SI-yksikköjärjestelmän kerrannaisyksiköitä ja opit muuntamaan yksiköt sujuva. Ymmärrät myös tavan merkitä suureita kymmenpotenssimuodossa.

Materiaalit:

- [diat](#)
- [esimerkkivideot \(yksikkömuunnoksia | kymmenpotenssimuoto\)](#)
- [harjoitustehtävät | harjoitustehtävien vastaukset](#)
- [osaamisen testaus \(perusosa | lisäosa\)](#)

Kokonaisuus 4: Ensimmäisen asteen yhtälö ja verranto

Tässä osassa harjoittelet yhtälönratkaisua 1. asteen yhtälöillä.

Kysymys 1

Ei vielä vastattu

Kokonaispisteistä
1,00

Merkitse
kysymys

Muokkaa
kysymystä

Ratkaise yhtälö

$$-2x + 200 = 50$$

x =

Kysymys 2

Ei vielä vastattu

Kokonaispisteistä
1,00

Merkitse
kysymys

Muokkaa
kysymystä

Onko seuraava väite tosi vai epätosi?

Muuttujan arvo $x=2$ toteuttaa yhtälön $50x = 100x - 50$.

Valitse yksi:

Tosi

Epätosi

Kysymys 3

Ei vielä vastattu

Kokonaispisteistä
1,00

Merkitse
kysymys

Muokkaa
kysymystä

Onko seuraava väite tosi vai epätosi?

Muuttujan arvo $x=2$ toteuttaa verrantoyhtälön $\frac{4}{5} = \frac{x}{10}$

Valitse yksi:

Tosi

Epätosi



TEHTÄVIEN ARVIOINTIA

Tutustukaa kurssikokeeseen; mittaako se mielestänne tavoitteita?
Mitä hyviä puolia huomaatte ja mitä puutteita huomaatte?



TEHTÄVIEN ARVIOINTIA

5. a) Liuos valmistetaan siten, että 4,5 grammaa suolaa liuotetaan 0,5 litraan liuotinta (niin, että liuoksen kokonaistilavuus on 0,5 l). Laske liuoksen pitoisuus yksikössä mg/ml.

Pisteytysohje?

VASTAAJA A

5) a) $V = 0,5 \text{ l} = 500 \text{ ml}$ $C = \frac{m}{V}$
 $m = 4,5 \text{ g} = 4500 \text{ mg}$

$$C = \frac{4500 \text{ mg}}{500 \text{ ml}} = \underline{\underline{9 \text{ mg/ml}}}$$

VASTAAJA B

5. a) $4,5 \text{ g suola}$ $\rightarrow 0,5 \text{ l}$

$4,5 \text{ g} \rightarrow 4,5 \cdot 1000 = 4500 \text{ mg}$
 $0,5 \cdot 1000 = 500 \text{ ml}$

$$\frac{P_A}{P_L} = \frac{r_L}{r_A}$$

$$\frac{4500 \text{ mg}}{x} = \frac{500 \text{ ml}}{500 \text{ ml}} = 4500 \text{ mg/ml}$$

$$x = \frac{4500 \text{ mg}}{500 \text{ ml}} = \frac{x}{1 \text{ ml}} = \frac{4500}{500} = 9 \text{ mg/ml}$$



TEHTÄVIEN ARVIOINTIA

b) Ratkaise yhtälö

$$2^x = 2^{-2}.$$

Pisteytysohje?



VASTAAJA A

$$b) 2^x = 2^{-2}$$

$$x \log 2 = 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x \log 2 = 1$$

$$x = -\log 2 \Rightarrow 0,301 \approx 0,3$$

VASTAAJA B

$$8) b) 2^x = 2^{-2} \quad - \quad \log 2^x = \log 2^{-2}$$

$$x \cdot \log 2 = \log 2^{-2}$$

$$x = \frac{\log 2^{-2}}{\log 2} = \underline{\underline{-2}}$$

VASTAAJA C

$$b) 2^x = 2^{-2}$$

$$2^x = 0,25$$

$$x = 0,125$$



TEHTÄVIEN ARVIOINTIA

c) Bakteerien kasvu noudattaa funktiota

$$f(t) = C_0 \cdot e^{0,12 \cdot t},$$

missä

C_0 tarkoittaa bakteerien määrää tarkastelun alussa

e tarkoittaa Neperin lukua (n. 2,718)

t tarkoittaa aikaa tunteina.

Laske bakteerien määrä 12 tunnin kuluttua, kun tarkastelun alussa bakteerien määrä on 1500. (Pyöristä tulos alkuarvoa vastaavaan tarkkuuteen.)

d) Kuinka kauan kestää (c-kohdan tapauksessa), että bakteerien määrä on yli 10 000, kun tarkastelun alussa bakteerien määrä on siis 1500?

Pisteytysohje?

$$d) \quad 1500 \cdot e^{0,12 \cdot t} = 10000$$

$$e^{0,12 \cdot t} = \frac{10000}{1500} \quad \parallel \ln$$

$$0,12 \cdot t = \ln(10000/1500)$$

$$t = \frac{\ln(10000/1500)}{0,12}$$

$$t = \frac{\ln 6,6667}{0,12}$$

$$= 1,89712 / 0,12$$

$$= > 16 \text{ h} \quad (\text{koska } 10000 \text{ kalet. saavutetaan } \approx 15,8 \text{ h:ssa, niin yli } 10000 \sim > 16 \text{ h})$$

tarkistus

$$1500 \cdot e^{0,12 \cdot 16} = 1500 \cdot e^{1,92}$$

$$= 1500 \cdot 6,821$$

$$= \underline{10231} \text{ €} \quad \text{yli } \underline{10000}$$



TEHTÄVIEN ARVIOINTIA

VASTAAJA B

$$\begin{aligned} d) \quad & 1500 \cdot e^{0,12 \cdot 16} \\ & = 10231,4377 \end{aligned}$$

V: m. 16 h

VASTAAJA C

$$\begin{aligned} d) \quad f(t) &= C_0 \cdot e^{0,12 \cdot 15} \\ &= 1500 \cdot 2,718^{1,8} \\ &= 1500 \cdot 6,048518514 \\ &= 9072,777 \\ &= 9073 \text{ bakteeria} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} f(t) &= C_0 \cdot e^{0,12 \cdot 16} \\ &= 1500 \cdot 2,718^{1,92} \\ &= 1500 \cdot 6,8196 \\ &= 10229,4011 \\ &= 10229 \end{aligned}$$

n. 15 tuntia ja vähän yli



TEHTÄVIEN ARVIOINTIA

VASTAAJA D

c) $f(t) = C_0 \cdot e^{0,12t}$

$$\begin{aligned} f(12) &= 1500 \cdot e^{0,12 \cdot 12} \\ &= 6331,0 \\ &= 6300 \end{aligned}$$

V: 6300 bakteeria

d)

bakt.	tunnit
1500	0
6300	12
3150	6
1050	2
10500	20

V: n. 20 tuntia



VIITTEET

- Biggs, J. B., & Tang, C. S. (2011). *Teaching for quality learning at university* (4th ed. ed.). Maidenhead: Open University Press.
- Krathwohl, D. R. (2002). A revision of bloom's taxonomy: An overview. *Theory into Practice*, 41(4), 212-218.
- Virtanen, V., Postareff, L., & Hailikari, T. (2015). Millainen arviointi tukee elinikäistä oppimista? *Yliopistopedagogiikka*, 22(1), 3-11.