

Johdatus inversio-ongelmiin

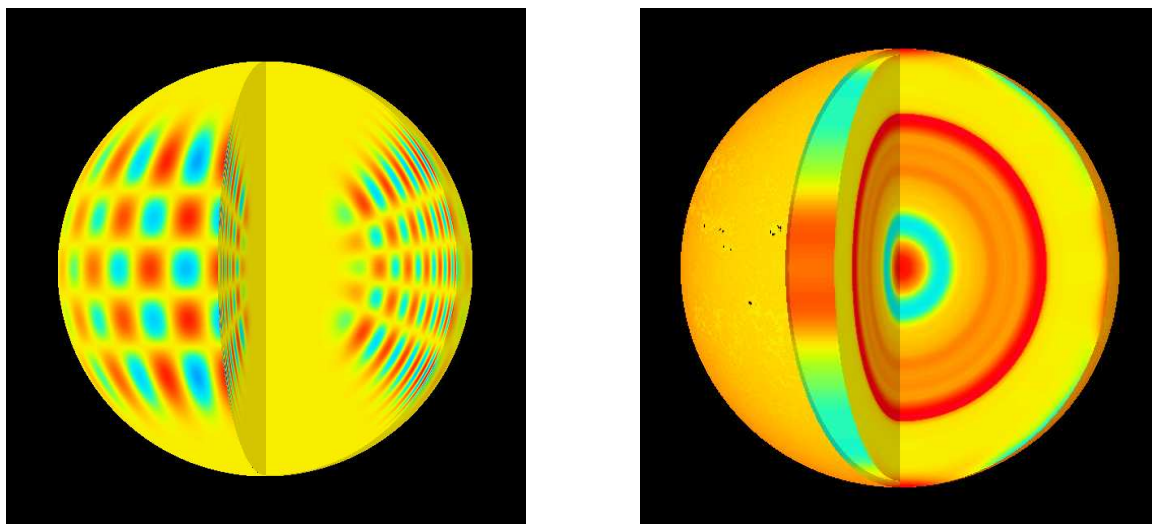
Kevät 2009, jälkimmäinen periodi

Matematiikan ja soveltavan matematiikan pääaineiden syventävien opintojen kurssi

Laajuus 5 op.

Inversio-ongelmat, eli käänteiset ongelmat liittyvät moniin eri matematiikan aloihin. Niiden tutkimuksen kohteena ovat puhtaan ja sovelletun matematiikan ongelmat, jotka ovat tyypillisesti heränneet fysikaalisissa tieteissä, lääketieteessä, taloustieteessä tai muissa soveluksissa kohdattuissa ongelmissa. Yleisesti inversio-ongelmilla tarkoitetaan tuntemattomien rakenteiden selvittämistä epäsuorilla mittauksilla. Esimerkkinä tällaisesta on ultraäänikuvantaminen: Äänen nopeuden vaihtelut kappaleen sisällä pitää selvittää ulkopuolelta tehtävin mittauksin. Matemaattisesti tämä vastaa tehtävää, jossa annettua tyyppiä olevan differentiaaliyhtälön tuntemattomat kerroinfunctiot halutaan määrittää, kun yhtälön ratkaisujen arvot alueen reunalla tunnetaan.

Kurssilla tutustutaan differentiaaliyhtälöiden inversio-ongelmiin. Erikoisesti käsitellään yksiulotteista käänteistä ominaisarvo-ongelmaa, eli inversiospektraaliongelmia, jonka avulla voidaan ratkaista käänteisiä ongelmia aaltoyhtälölle, lämpöyhtälölle ja Schrödinger-yhtälölle.



Aurinko ja akustinen kuvantaminen: Kuvassa vasemmalla on esitetty simuloitu akustinen aalto auringon sisällä ja pinnalla. Oikealla on esitetty äänen nopeus auringon sisällä. Äänen nopeus on saatu inversio-ongelman ratkaisuna, missä mitattuna datana on käytetty nopeuksia fotosfäärissä. Äänen nopeuden selvittäminen palautuu käänteiseen ominaisarvo-ongelmaan. (Fotosfääri on auringon näkyvä pinta eli noin 400 kilometrin paksuinen kerros kaasua, ja nopeuksia siinä voidaan selvittää Doppler-mittauksilla. Kuvat ovat Stanfordin yliopiston Solar Oscillations Investigation -ryhmän tuottamia.)

Esitiedot: Funktionaalianalyysin perusteita vastaavat tiedot. Osittaisdifferentiaaliyhtälöiden perusteiden tuntemus on hyödyksi.

Luennot (Prof. Matti Lassas) / Harjoitukset (DI Lauri Oksanen):

ti 16-18 (C124), to 10-12 (B120), pe 12-14 (C124). Ensimmäinen luento 10.3.2009.

Lisätietoja kurssista saa sivulta <http://wiki.helsinki.fi/x/zSd0Ag> tai e-maililla osoitteesta Matti.Lassas@helsinki.fi.

Tervetuloa kurssille!
Matti Lassas ja Lauri Oksanen