

Matemaattinen logiikka

Harjoitus 9

1. Näytä, että $A(2, x) = 2x + 3$.
2. Määrittele funktio $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, joka ei ole määriteltävä \mathcal{N}_{exp} :ssä.
3. Näytä, että joukko $\{[\phi] \mid \mathcal{N}_{exp} \models \phi, \phi \text{ } L_{exp}\text{-atomilause}\}$ on primitiivirekursiivinen.
4. Sanotaan, että ϕ on \exists -lause, jos se on muotoa $\exists v_0 \psi$, missä ψ on atomikaava, jossa ei esiinny muita muuttujia kuin v_0 . Todista, että joukko $\{[\phi] \mid \mathcal{N}_{exp} \models \phi, \phi \text{ } \exists\text{-lause}\}$ on määriteltävä struktuurissa \mathcal{N}_{exp} .
5. Oletetaan, että $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ on rekursiivinen. Näytä, että löytyy äärettömän monta L_{exp} -lausetta ϕ jolla $\mathcal{N}_{exp} \models \phi$ joss $f([\phi]) = [\phi]$.
6. Sanotaan, että $R \subseteq \mathbb{N}^n$ on lukuteoreettinen jos se on määriteltävä struktuurissa \mathcal{N}_{exp} . Oletetaan, että $R \subseteq \mathbb{N}^2$ on sellainen, että kaikilla lukuteoreettisilla $P \subseteq \mathbb{N}$ löytyy $m \in \mathbb{N}$ jolla $x \in P$ joss $(x, m) \in R$, kaikilla $x \in \mathbb{N}$. Näytä, että R ei ole lukuteoreettinen.