

Matemaattinen logiikka

Harjoitus 4 (2.11)

1. Päteekö:

$$\forall v_0(\phi \rightarrow \psi(f(v_0)/v_0)) \models (\exists v_0\phi \rightarrow \exists v_0\psi)?$$

2. Näytä, että lause $\forall v_0\exists v_1(R(v_0, v_1) \wedge v_0 = v_1) \rightarrow \forall v_0R(v_0, v_0)$ on validi.

3. Olkoon A propositiolause, jossa esiintyy vain propositiosymboleja p_0, \dots, p_n ja olkoot ϕ_0, \dots, ϕ_n L -kaavoja. Näytä, että jos ϕ on merkkijono, joka on saatu A :sta korvaamalla propositiosymbolit p_i L -kaavoilla ϕ_i , $i \leq n$, niin ϕ on L -kaava.

4. Näytä, että seuraavat ovat yhtäpitäviä:

(i) $\phi \models (\psi \wedge \neg\psi)$,

(ii) $M \not\models_s \phi$ kaikilla malleilla M ja tulkintajonoilla s ,

(iii) $\phi \models \theta$ kaikilla kaavoilla θ .

5. Mitkä ovat struktuurin $(\mathbf{Z}_6, +_6)$ määriteltävät osajoukot?

6. Olkoon \mathbf{Q} rationaalilukujen joukko, $<$ tämän joukon tavallinen järjestys(re-laatio) ja $S : \mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{Q}$ sellainen, että kaikilla $x \in \mathbf{Q}$, $S(x) = x + 1$. Onko

(a) alkio -5 ,

(b) alkio $1/3$

määriteltävä struktuurissa $(\mathbf{Q}, S, 0, <)$?