

Matemaattinen logiikka

Harjoitus 3

1. Näytä (Tarskin totuusmääritelmään vetoamalla), että

$$\mathbf{Z}_9 \models \forall v_0 \forall v_1 \exists v_2 ((v_0 + v_2 = v_1).$$

2. Päteekö:

$$\forall v_0 \exists v_1 R(v_0, v_1) \rightarrow \exists v_1 R(v_1, v_1)?$$

3. Päteekö:

$$\exists v_0 \forall v_1 (R(v_0, v_1) \rightarrow R'(v_0, v_1)) \models \exists v_0 (\forall v_1 R(v_0, v_1) \rightarrow \forall v_1 R'(v_0, v_1))?$$

4. Näytä, että lause $\forall v_0 \exists v_1 (R(v_0, v_1) \wedge v_0 = v_1) \rightarrow \forall v_0 R(v_0, v_0)$ on validi.

5. Olkoon A propositiolause, jossa esiintyy vain propositiosymboleja p_0, \dots, p_n ja olkoot ϕ_0, \dots, ϕ_n L -kaavoja. Näytä, että jos ϕ on merkkijono, joka on saatu A :sta korvaamalla propositiosymbolit p_i L -kaavoilla ϕ_i , $i \leq n$, niin ϕ on L -kaava.

6. Näytä, että seuraavat ovat yhtäpitäviä:

(i) $\phi \models (\psi \wedge \neg\psi)$,

(ii) $M \not\models_s \phi$ kaikilla malleilla M ja tulkintajonoilla s ,

(iii) $\phi \models \theta$ kaikilla kaavoilla θ .