

INTEGRAALI - TEHTÄVÄT

Integraaleja käsitellään Pitkän matematiikan kertauskirjan sivuilla 219–238.

Integraalifunktiot.

- Integroimista helpottavia kaavoja löytyy kertauskirjan sivulta 220.

(1) Päättele, minkä funktion derivaatta on

a) $f'(x) = x^6$ b) $f'(x) = 6x^3 + 4x$

c) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(2) Määritä.

a) $\int 2x^7 - \frac{1}{4}x^5 + 9x^2 - \frac{3}{2} dx$

b) $\int x^2 (3 - x)^2 dx$

(3) Määritä.

a) $\int x^2 + 2x - x(x + 1) dx$

b) $\int \frac{(x - 2)(x^3 + 2) + 4}{2x} dx$

(4) s. 221 teht. 530

(5) s. 224 teht. 533

(6) Määritä.

a) $\int \frac{3}{4}x^{-2} + 2\sqrt[5]{x} - 5e^x + 2\cos x \, dx$

b) $\int \frac{-8x + 2}{4x^2} \, dx$

(7) s. 224 teht. 535

(8) s. 224 teht. 536

(9) Määritä.

a) $\int (3x + 1)^7 \, dx$

b) $\int x^2\sqrt{2 - x^3} \, dx$

c) $\int e^{-x} + 1 \, dx$

(10) s. 224 teht. 534

(11) Määritä.

a) $\int (2x - 3)^5 \, dx$

b) $\int x(5x^2 + 7)^{-2} \, dx$

c) $\int (2x^2 + 3)\sqrt{\frac{2}{3}x^3 + 3x - 9} \, dx$

(12) Määritä.

a) $\int 1 + \sin(3x + 1) \, dx$

b) $\int 2x + 3\sin^2 x \, dx + \int 3\cos^2 x - x \, dx$

Määrätty integraali.

- Lasketaan kaavalla

$$\int_a^b f(x) \, dx = \int_a^b F'(x) \, dx = F(b) - F(a),$$

missä funktio F on funktion f integraalifunktio.

- Määrätyn integraalin ominaisuudet (ylä- ja alarajan vaihtaminen keskenään, integroimisvälin pilkkominen osiin)

(13) a) Laske.

$$\int_{-2}^1 x^3 - x \, dx$$

b) Kun tunnet a) -kohdan tuloksen, niin laske

$$\int_1^{-2} x^3 - x \, dx.$$

c) Laske.

$$\int_1^5 x (2x^2 + 4)^2 \, dx$$

(14) Laske.

a) $\int_{-4}^1 4x^3 \, dx$

b) $\int_1^5 2x + 5 \, dx$

(15) Laske.

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (t+1)(t^2+4) \, dt$$

(16) Laske.

a) $\int_{-1}^0 3x^2 - 4x + 5 \, dx$

b) $\int_0^{\frac{1}{2}} \cos \frac{x}{3} \, dx$

(17) Laske.

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \cos 2t}{2} \, dt$$

(18) Laske.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 8y^2 + \sin y \, dy$$

(19) s. 227 teht. 538

(20) Laske.

a) $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} \, dx$

b) $\int_0^1 xe^{x^2} \, dx$

c) $\int_3^5 x\sqrt{x^2 - 9} \, dx$

(21) s. 237 teht. 550

(22) s. 227 teht. 537

(23) Laske.

$$\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x^2 + \sqrt{2}}{x^2} \, dx$$

(24) s. 237 teht. 553

(25) s. 227 teht. 539

(26) s. 227 teht. 540

(27) s. 237 teht. 552

(28) s. 227 teht. 541

(29) s. 237 teht. 549

(30) s. 237 teht. 551

Muita integrointitehtäviä.

- Vakion C määrittäminen erilaisten ehtojen avulla
- Pinta-ala määrätyn integraalin avulla

(31) s. 221 teht. 528

(32) s. 221 teht. 531

(33) s. 237 teht. 555

(34) s. 237 teht. 554

(35) s. 221 teht. 532

(36) s. 221 teht. 529

(37) s. 231 teht. 542

(38) Laske funktion $-x^2 - 2x$ kuvaajan ja x -akselin välin $[-3, 2]$ rajaaman alueen pinta-ala.

(39) s. 231 teht. 544

(40) s. 237 teht. 556