

## FUNKTIOT - TEHTÄVÄT

### Perusfunktiot.

- Arvo- ja määrittelyjoukko, kuvaaja
- Yhdistetty funktio
- Kasvavuus ja vähenevyys

(1) Funktio  $g(x)$  määritellään seuraavasti:

$$\begin{cases} 2, & \text{kun } x \leq 1 \\ -x, & \text{kun } x > 1 \end{cases}$$

Piirrä funktion  $g(x)$  kuvaaja ja lue kuvaajasta, mitä arvoja funktio saa.

(2) Mikä on funktion määrittely- ja arvojoukko, kun  $f(x)$  on

a)  $|x|$       b)  $\sqrt{x-4}$       c)  $\frac{1}{x}$

(3) Funktio  $g(x)$  määritellään lausekkeella  $a^2 + 3a$ . Määritä

a)  $g(0)$       b)  $g(-1)$

c)  $g(b)$       d)  $g(b-1)$

(4) Olkoon  $f(x) = x^2 - 2x$ . Määritä

a)  $f(2)$       b)  $f(a+1)$       c)  $f(2a) - f(a-1)$

(5) Piirrä tasokoordinaatistoon seuraavien funktioiden kuvaajat:

a)  $f(x) = -x + 3$       b)  $f(x) = \frac{4x - 4}{2}$

c)  $f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{kun } x \leq 1 \\ 2, & \text{kun } x > 1 \end{cases}$

(6) Muodosta yhdistetyt funktiot  $g \circ f$  ja  $f \circ g$  ja kerro määrittelyjoukot, kun

a)  $f(x) = 4x - 1$  ja  $g(x) = \frac{1}{x}$

b)  $\sqrt{2+x}$  ja  $g(x) = 3x^2$

c)  $x^2$  ja  $g(x)\sqrt{x}$

(7) Tulkitse yhdistettynä funktiona ja määrää sisä- ja ulkofunktiot, kun

a)  $h(x) = (x - 3)^2$

b)  $h(x) = 2(x^2 + 1) - 1$

(8) Funktio on jatkuva ja aidosti monotoninen (eli aidosti kasvava tai aidosti vähenevä), ja sen määrittelyjoukko on  $[-4, 6]$  ja arvojoukko  $[-5, 3]$ . Hahmottele jonkin nämä ehdot täyttävän funktion kuvaaja.

(9) a) Määritä  $f(g(x))$ , kun  $f(x) = (x + 1)^2 + 3x - 4$  ja  $g(x) = 25x$ .

b) Etsi ainakin kaksi erilaista funktioparia  $f(x)$  ja  $g(x)$ , jotka toteuttavat yhdistetyn funktion

$$(f \circ g)(x) = \sqrt{2x + 4}$$

- (10) a) Keksi ainakin kaksi erilaista funktioparia  $f(x)$  ja  $g(x)$ , jotka toteuttavat yhdistetyn funktion

$$(f \circ g)(x) = \frac{2x}{2x+3}.$$

- b) Millainen sisäfunktio  $g(x)$  toteuttaa yhdistetyn funktion

$$(f \circ g)(x) = 3x, \text{ kun ulkofunktio } f(x) \text{ on } f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}, x > 0.$$

- (11) Mitä voit kertoa funktion nollakohdista, kun tiedetään, että funktion  $f(x)$  arvojoukko on  $[-8, 9]$  ja määrittelyjoukossaan funktio on

- a) monotoninen (eli kasvava tai vähenevä)

- b) aidosti monotoninen eli aidosti kasvava tai aidosti vähenevä)

- (12) Etsi funktiolle  $f$  jokin määrittelyjoukko, jossa  $f$  on monotoninen, ja ilmoita tätä joukkoa vastaava arvojoukko, kun

a)  $f(x) = -x^2 + 3$

b)  $f(x) = \begin{cases} x, & \text{kun } x \geq 0 \\ -x^2, & \text{kun } x < 0 \end{cases}$

c)  $f(x) = |x - 2|$

- (13) Milloin seuraavat rationaalifunktiot ovat määriteltyjä?

a)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$       b)  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

c)  $h(x) = \frac{x+1}{4x+3} - \frac{3}{x-1}$

d) Laske edellisellä kolmella funktiolla  $f(x)$ ,  $g(x)$  ja  $h(x)$  seuraavat laskutoimitukset ja ilmoita tulos sievennetyssä muodossa.

i)  $f(x) - g(x)$       ii)  $g(x) \cdot h(x)$

### EkspONENTTI- ja LOGARITMIFUNKTIOT.

- Pitkän matematiikan kertauskirjan sivut 76–88.
- Eksponenttiyhtälö
- Logaritmin määritelmä ja logaritmikaavat

(14) s. 80 t. 181

(15) s. 82 t. 190

(16) s. 77 t. 179

(17) s. 77 t. 180

(18) Ratkaise.

a)  $3 \cdot 4^{2x} = 12$       b)  $2^{x^2-x} = 4^{x+2}$

c)  $16^x > \frac{1}{2}$       d)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x > \left(\frac{3}{2}\right)^{3x-4}$

(19) Määritä.

a)  $\log_5 \frac{1}{125}$       b)  $\ln e^{\ln 1}$

(20) Ratkaise yhtälöt.

a)  $\log_4(x-1) = 2$

b)  $6^{2x} = 12$

c)  $\log_2(x - 2) + \log_2(x + 3) = \log_2 14$

(21) s. 80 t. 183

(22) s. 80 t. 184

(23) s. 80 t. 186

(24) s. 80 t. 187

(25) s. 82 t. 188

(26) s. 83 t. 191

(27) s. 83 t. 192

(28) s. 87 t. 203

(29) s. 87 t. 206

(30) s. 87 t. 207

(31) s. 87 t. 210

(32) s. 83 t. 193

(33) s. 83 t. 194

(34) s. 88 t. 217

**Trigonometriset funktiot.**

- Pitkän matematiikan kertauskirajn sivut 89–103.
- Yksikköympyrä, jaksollisuus, yhtälöt

(35) s. 91 t. 224

(36) s. 91 t. 225

(37) s. 91 t. 226

(38) s. 95 t. 234

(39) s. 98 t. 239

(40) s. 101 t. 246

(41) s. 101 t. 248

(42) s. 103 t. 262

(43) Määritä tarkka arvo.

a)  $\sin\left(\frac{4}{3}\pi\right)$       b)  $\sin\left(\frac{11}{6}\pi\right)$

c)  $\cos\left(-\frac{11}{3}\pi\right)$       d)  $\tan\left(\frac{2}{3}\pi\right)$

(44) Olkoon  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  ja  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ .

Määritä  $\cos \alpha$  ja  $\tan \alpha$  tarkat arvot.

(45) Ratkaise yhtälöt.

a)  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$       b)  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c)  $2 \sin 2x = 1$       d)  $\tan 4x = 0$

(46) s. 93 t. 228

(47) s. 93 t. 229

(48) s. 99 t. 241

(49) s. 99 t. 243

(50) s. 101 t. 249

(51) s. 103 t. 258