

## DERIVAATTA - TEHTÄVÄT

Derivaattaa käsitellään Pitkän matematiikan kertauskirjassa sivuilla 62, 73, 85, 102 ja 194–212.

### Derivointitekniikkaa.

- Polynomi- ja rationaalifunktiot
- Eksponentti- ja logaritmfunktiot
- Trigonometriset funktiot
- Derivointikaavat: summa, potenssi, tulo, osamäärä ja yhdistetty funktio

(1) Derivoi funktiot.

a)  $f(x) = x^2 + 2x$       b)  $f(x) = 2x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 4$

c)  $f(x) = \frac{1}{5}x^6 - x^4$

(2) Derivoi funktiot.

a)  $f(x) = 2x^4 - 5x + 6$       b)  $f(x) = (x + 3)(2x^3 + x)$

c)  $f(x) = \frac{x}{x + 1}$

(3) Derivoi.

a)  $f(x) = \sqrt{x}$       b)  $f(x) = \sqrt{2x^3}$

c)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$       d)  $f(x) = \sqrt[4]{2x^3}$

(4) s. 86 teht. 198

(5) s. 86 teht. 200

(6) Derivoi.

a)  $f(x) = x^2e^x$       b)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$

(7) Derivoi.

a)  $f(x) = \frac{\ln x}{4x}$       b)  $f(x) = \sqrt[5]{x} \ln x$

c)  $f(x) = s\sqrt{x^2 - 3x}$

(8) Derivoi.

a)  $f(x) = \sin x + \cos x$ .      b)  $f(x) = \sin^2 x$

(9) Derivoi.

a)  $f(x) = \sin x \cos x$       b)  $f(x) = x^2 \sin x$

(10) Derivoi funktiot.

a)  $f(x) = xe^{2x}$       b)  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

c)  $f(x) = \sin(2x - 1)$       d)  $f(x) \cos^2 x$

(11) s. 102 teht. 250

(12) Tunnetaan funktiot  $f(x) = x^3 + 3x + 2$  ja  $g(x) = \frac{1}{x}$ . Derivoi funktiot

a)  $f(x)$       b)  $g(x)$       c)  $f(x)g(x)$

d)  $\frac{f(x)}{g(x)}$

(13) s. 63 teht. 120

(14) Derivoi funktiot, kun  $f(x) = 2x^2 + 3x$  ja  $g(x) = 2 - 5x$ .

a)  $f - g$       b)  $fg$       c)  $\frac{f}{g}$

(15) Derivoi funktiot, kun  $f(x) = 2x^2 + 3x$ ,  $g(x) = 2 - 5x$  ja  $h(x) = e^x$ .

a)  $f(g(x))$       b)  $f(h(x))$       c)  $h(g(x))$

(16) s. 86 teht. 199

(17) s. 86 teht. 201

(18) s. 86 teht. 202

(19) Derivoi.

a)  $f(x) = x^{\frac{1}{3}} \ln x$       b)  $f(x) = \ln x^2 + \frac{2}{x}$

(20) Derivoi.

a)  $f(x) = (4x + 2)^2$       b)  $f(x) = \sin(2x + 1)$   
c)  $f(x) = \ln |3x + 1|$       d)  $f(x) = \cos \frac{1}{x}$

(21) Derivoi.

a)  $f(x) = \sin^2 x \cos x$ .      b)  $f(x) = (\cos^2 x)\sqrt{x}$

(22) Derivoi.

a)  $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$       b)  $f(x) = \cos^2 x + \frac{\cos x}{x^2}$

(23) Derivoi.

a)  $f(x) = 1 + \sqrt{4 - z}$   
b)  $f(x) = \frac{8}{\sqrt{x - 2}}$

(24) Derivoi.

a)  $f(x) = x^3$       b)  $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$   
c)  $f(x) = x^{\sqrt{2}}$       d)  $\frac{a}{x^4}$

e)  $f(x) = x^{-\frac{4}{3}}$       f)  $f(x) = \sqrt{x^{2+\pi}}$

(25) Derivoi.

a)  $f(x) = \frac{2x+5}{3x-2}$       b)  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-1}$

(26) Derivoi.

a)  $f(t) = (1-t)(1+t^2)^{-1}$       b)  $f(x) = (2x-7)^{-1}(x+5)$

(27) Derivoi.

a)  $f(x) = \frac{\cos x}{1+\sin x}$       b)  $f(x) = \frac{\cos x}{x} + \frac{x}{\cos x}$

(28) Derivoi.

$g(x) = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x$

(29) Derivoi.

$g(x) = x^2 \cos x - 2x \sin x - 2 \cos x$

(30) Derivoi.

a)  $f(x) = \left(\frac{x}{5} + \frac{1}{5x}\right)$       b)  $f(x) = \left(\frac{x^2}{8} + x - \frac{1}{x}\right)^4$

(31) Derivoi.

a)  $f(x) = \ln x^3$       b)  $f(x) = \ln (2x+1)^2$

c)  $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

**Muita derivointitehtäviä.**

- Derivaatta tangentin kulmakertoimena
- Derivaatta erotusosamäärän raja-arvona
- Derivaatan nollakohdat
- Funktion kulku, kasvavuus ja vähenevyys

(32) Määritä funktion  $f(x) = 2x^3$  pisteeseen  $x = 4$  piirretyn tangentin kulmakerroin.

(33) Määritä funktion  $f(x) = x^2$  derivaatta pisteessä  $x = 1$  erotusosamäärän raja-arvon avulla.

(34) Määritä funktion  $f(x) = 3x^2$  derivaatta pisteessä  $x = -2$  erotusosamäärän raja-arvon avulla.

(35) s. 63 teht. 118

(36) s. 102 teht. 251

(37) Määritä, milloin funktio on kasvava ja milloin vähenevä, kun

a)  $f(x) = x^3 + x + 2$

b)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

(38) Määritä funktion lokaalit ääriarvokohdat ja kerro, onko kyseessä maksimi vai minimi, kun

a)  $f(x) = (3x^2 - 12)^2$       b)  $f(x) = xe^{-x^2}$

(39) s. 63 teht. 119

(40) s. 73 teht. 163

(41) s. 73 teht. 164

(42) s. 102 teht. 252

(43) s. 207 teht. 471

(44) s. 207 teht. 474

(45) Etsi funktion suurin ja pienin arvo, kun  $f(x) = x^3 - 3x$  ja  $-3 \leq x \leq 2$ .