

### TODENNÄKÖISYYSLASKENTA: SARJA 3

Todennäköisyyyslaskenta-tehtäväsarjassa on tehtäviä seuraavista asioista: klassinen todennäköisyys, todennäköisyyden laskusäännöt, kombinatoriikka, toistokoe sekä diskreetti- ja jatkuva satunnaismuuttuja. Tehtävät ja teoria aiheeseen löytyy Pitkän matematiikan kertauskirjan sivuilta 253-278. Lisäksi teoriaan voi tutustua lukion pitkän matematiikan 6. kurssin kurssikirjojen avulla.

- (1) Sadan ensimmäisen positiivisen kokonaisluvun joukosta arvoetaan yksi luku. Millä todennäköisyydellä saatu luku on
  - a) jaollinen luvulla 3
  - b) jaollinen luvulla 13
  - c) jaollinen luvuilla 3 ja 13
  - d) jaollinen ainakin toisella luvuista 3 tai 13?
  
- (2) Pelissä heitetään kahta kolikkoa. Jos tulee kaksi klaavaa, Eino saa 5 tulitikkua. Jos tulee yksi klaava, Eino saa 2 tulitikkua. Jos ei tule yhtään klaavaa, Eino menettää 10 tulitikkua. Olkoon satunnaismuuttuja  $X$  Einon voitto yhdellä kierroksella.
  - a) Määritä satunnaismuuttujan  $X$  jakauma.
  - b) Mikä on satunnaismuuttujan  $X$  odotusarvo?Ennakoi, kuinka Einolle käy pelissä pitkän päälle?
  
- (3) Sateen todennäköisyys paikkakunnalla ulkoilmakonserttipäivänä on 0,12. Konsertin järjestäjä ottaa 1000 euroa maksavan sadevakuutuksen, joka sateen sattuessa korvaa 8000 euroa. Mikä on vakuutuksen odotusarvo
  - a) konsertin järjestäjälle
  - b) vakuutusyhtiölle?
  
- (4) s. 274 teht. 639
  
- (5) s. 275 teht. 644
  
- (6) s. 276 teht. 649
  
- (7) Tietokoneella on mahdollista heittää painotettua noppaa. Oletetaan, että tällaista noppaa heitettäessä silmäluvut on tavalliseen tapaan numeroitu yhdestä kuuteen, mutta silmäluvun  $i$  esiintymistodennäköisyys on 50 prosenttia silmäluvun  $i+1$  esiintymistodennäköisyydestä kaikilla  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ .
  - a) Kuinka monta prosenttia silmäluvun kolme todennäköisyys on silmäluvun kuusi todennäköisyydestä?
  - b) Laske todennäköisyys sille, että kerran noppaa heitettäessä

saadaan kolmonen.

- (8) Toisen asteen yhtälössä  $x^2 + rx + x = 0$  kertoimet  $r$  ja  $s$  valitaan heittämällä kaksi kertaa tavallista arpakuutiota. Millä todennäköisyydellä yhtälöllä on kaksi erisuurta reaaliuurta?
- (9) Väliltä  $]0, 2[$  arvotaan kaksi lukua. Millä todennäköisyydellä lukujen
- a) summa on suurempi kuin 1
  - b) etäisyys on pienempi kuin 1?
- (10) Jana, jonka pituus on 7, katkaistaan satunnaisesta kohdasta ja osista muodostetaan suorakulmaisen kolmion kateetit. Millä todennäköisyydellä kolmion pinta-ala on suurempi kuin 5?
- (11) Käytä binomikertoimen muotoa
- $$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$
- ja laske
- a)  $\binom{n}{0}$
  - b)  $\binom{n}{1}$
  - c)  $\binom{n}{n-1}$
  - d)  $\binom{n}{n}$
- (12) Joukolle, jossa on  $n$  alkiota, valitaan osajoukko tekemällä jokaisen alkion kohdalla valinta: osajoukkoon vai ei.
- a) Kuinka monessa vaiheessa osajoukko valitaan, ja kuinka monta vaihtoehtoa jokaisessa vaiheessa on?
  - b) Päättelä tuloperiaatteen avulla  $n$  alkion joukon kaikkien osajoukkojen (mukaan luettuna tyhjä joukko ja joukko itse) lukumäärä.
- (13) Tuomas ostaa arpoja yksitellen. Millä todennäköisyydellä neljäs arpa on ensimmäinen voittoarpam kun
- a) arpojen lukumäärä on suuri, ja 30 prosenttia arvoista on voittoarpoja
  - b) kyseessä on myyjäisten arpajaiset, ja jäljellä on 10 arpaa, joista kolme on voittoarpoja?
- (14) Pelaaja heittää noppaa kolmesti. Millä todennäköisyydellä silmäluvut suurenevät joka heitolla?
- (15) A ja B heittävät kolikkoa. A saa pisteen klaavasta ja B kruunasta. Pelin voittaa se, joka saa ensiksi 10 pistettä. 13 kierroksen jälkeen A:lla on 6 ja B:llä 7 pistettä. Millä todennäköisyydellä

A voittaa pelin?

- (16) On lähetettävä maailmalle postipakettina kaksi lahjaa, joiden arvot ovat 30 ja 50 euroa. Todennäköisyys, että paketti katoaa matkalla on 0,1. Määritä satunnaismuuttujan  $X$  odotusarvo ja keskihajonta, kun
- a)  $X$  on katoamisesta aiheutuva tappio, kun lahjat lähetetään samassa paketissa
  - b)  $X$  on katoamisesta aiheutuva tappio, kun lahjat lähetetään erikseen.
- (17) Satunnaismuuttuja  $X$  noudattaa normaalijakaumaa, jonka odotusarvo on 12,7 ja keskihajonta 3,0. Määritä sellainen satunnaismuuttujan  $X$  arvo  $x$ , että
- a)  $P(X \geq x) = 0,12$
  - b)  $P(X \leq x) = 0,18$ .