

TODENNÄKÖISYYSLASKENTA: SARJA 1

Todennäköisyyyslaskenta-tehtäväsarjassa on tehtäviä seuraavista asioista: klassinen todennäköisyys, todennäköisyyden laskusäännöt, kombinatoriikka, toistokoe sekä diskreetti- ja jatkuva satunnaismuuttuja. Tehtävät ja teoria aiheeseen löytyy Pitkän matematiikan kertauskirjan sivuilta 253-278. Lisäksi teoriaan voi tutustua lukion pitkän matematiikan 6. kurssin kurssikirjojen avulla.

- (1) Pekan pakasta vetämät neljä korttia ovat hertta 5, hertta 6, hertta 7 ja pata 7. Mikä on todennäköisyys, että seuraava kortti on
 - a) hertta
 - b) 7
 - c) 5 tai 6

- (2) Kolikkoa heitetään kerran. Mikä on todennäköisyys, että tulee kruuna? Mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa?
 - a) Kolikkoa heitettäessä joka toisella heitolla tulee kruuna.
 - b) Kun kolikkoa heitetään kaksi kertaa, niin jommallakummalla heitolla saadaan kruuna.
 - c) Kun kolikkoa heitetään sata kertaa, niin tulee viisikymmentä kruunaa.
 - d) Kun kolikkoa heitetään satoja kertoja, niin noin 50 prosenttia tuloksista on kruunia.

- (3) Mikä on todennäköisyys, että vuonna 1989 syntynyt henkilö on syntynyt jonkin kuukauden viimeisenä päivänä?

- (4) Noppaa heitetään kahdesti. Millä todennäköisyydellä
 - a) kumpikin silmäluku on 5
 - b) ainakin toinen silmäluvuista on 5
 - c) kumpikin silmäluvuista on vähintään 5
 - d) ainakin toinen silmäluku on vähintään 5
 - e) Mikä on c-kohdan tapahtuman vastatapahtuma? Mikä on vastatapahtuman todennäköisyys?
 - f) Mikä on d-kohdan tapahtuman vastatapahtuma? Mikä on vastatapahtuman todennäköisyys?

- (5) s. 264 teht. 615

- (6) s. 270 teht. 625

- (7) Bussi lähtee pääte pysäkiltä puolen tunnin välein ja avaa ovensa 5 minuuttia ennen lähtöä. Henkilö, joka ei tunne aikatauluja saapuu pysäkille. Millä todennäköisyydellä hän
 - a) pääsee heti bussiin

- b) joutuu odottamaan sisälle bussiin pääsemistä enemmän kuin 10 minuuttia?
- (8) Väliltä $[0, 4]$ arvotaan kaksi lukua x ja y . Millä todennäköisyydellä lukujen x ja y summa on suurempi kuin 5?
- (9) a) Pakasta jaetaan neljä korttia. Millä todennäköisyydellä kaikki kortit ovat eri maata?
 b) Millä todennäköisyydellä korttipakasta nostetut neljä korttia ovat kaikki eri maata, jos kortit aina nostamisen jälkeen pannaan takaisin pakkaan ja pakka sekoitetaan?
- (10) Kannattaako lyödä vetoa sen puolesta, että kun pakasta nostetaan kolme korttia, niin ainakin kaksi on samaa maata?
- (11) Maljassa on kaksi valkoista, kaksi punaista ja kaksi mustaa palloa. Maljasta nostetaan kolme palloa niin, että
 a) nostettu pallo laitetaan takaisin ennen seuraavaa nostoa
 b) palloa ei panna takaisin.
 Millä todennäköisyydellä nostetut pallot ovat erivärisiä?
- (12) Laatikosta, jossa on yksi punainen, kaksi sinistä ja kolme keltaista palloa, otetaan kerralla kaksi palloa. Millä todennäköisyydellä saadut pallot ovat samaa väriä?
- (13) Viisi henkilöä kirjoittaa lapulle yhden kokonaisluvusta 1-10. Kukaan ei tiedä toisen kirjoittamia lukuja. Millä todennäköisyydellä
 a) kaikissa lapuissa on eri numero
 b) ainakin kahdessa lapussa on sama numero?
- (14) Anssi pelaa uhkapeliä. Heitetään kolikkoa. Jos tulee klaava, Anssi saa 3 tulitikkua. Jos tulee kruuna, Anssi menettää 4 tulitikkua. Olkoon satunnaismuuttuja X Anssin voitto yhdellä kierroksella. Määritä satunnaismuuttujan X
 a) jakauma
 b) odotusarvo
 c) Ennakoi pelin kulku Anssin kannalta. Arvioi tilanne 200 heitokierroksen jälkeen.
- (15) Heitetään noppaa. Mikä on silmäluvun neliön odotusarvo?
- (16) Heitetään noppaa kahdesti. Mikä on silmälukujen summan odotusarvo?

- (17) s. 274 teht. 630
- (18) s. 274 teht. 631
- (19) Kuinka monella tavalla voivat asettua jonoon
- kolme pientä porsasta
 - neljä evankelistaa
 - seitsemän veljestä
 - Jaakobin 12 poikaa
 - valtioneuvoston 18 jäsentä?
- (20) Koulun 52 opettajasta täytyy valita yhdeksänjäseninen pesäpallojoukkue, jolle on suunniteltava myös lyöntijärjestys. Kuinka monta (lyöntijärjestyksineen) erilaista joukkuetta voidaan valita?
- (21) Juhlien loppuessa kaikki viisi vierasta valitsevat umpimähkään hatun hyllyltä, jolla ei ole muiden hattuja. Millä todennäköisyydellä joku saa väärän hatun?
- (22) Tiedetään, että salakirjoituksen avaimena on kokonaislukujen 1 – 20 eräs järjestys. Tehokas tietokone pystyy kokeilemaan miljoona järjestystä sekunnissa. Kuinka monta vuotta salakirjoituksen murtaminen saattaa pahimmillaan kestää, vaikka kokeileminen jatkuisi tauotta?
- (23) Kuinka monta erilaista viiden kortin "kättä" korttipelissä on mahdollista saada?
- (24) Kun halutaan saada tietoa esimerkiksi jonkin joukon mielipiteistä ja koko joukon tutkiminen ei ole mahdollista, niin joukosta valitaan pienempi otos. Otanta pyritään suorittamaan niin, että otos edustaa koko perusjoukkoa. Usein otanta suoritetaan arpomalla.
- Kuinka monta erilaista neljän hengen otosta on mahdollista valita 59 kyläläisen joukosta?
 - Kyläläisistä 29 kannattaa kyläkoulun lopettamista. Kuinka moni neljän hengen otoksista koostuu pelkistä koulun lopettamisen kannattajista?
 - Millä todennäköisyydellä arvalla valittu otos koostuu pelkistä koulun lopettamisen kannattajista?
- (25) Tavallisessa lottorivissä on seitsemän lottonumeroa. On mahdollista pelata myös niin sanottuja lottojärjestelmiä merkittävällä ruudukkoon enemmän kuin seitsemän numeroa. Kuinka

monta erilaista seitsemän numeron lottoriviä sisältyy järjestelmään, jossa on

a) 8 b) 9 c) 9 numeroa?

- (26) Korissa on 16 pulloa kevytjuomaa ja 9 pulloa tavallista juomaa. Kori on ollut järjestyksessä jäähtymässä ja etiketit ovat irronneet. Korista otetaan umpimähkään 5 pulloa. Laske kahdella tavalla todennäköisyys, että saadaan pelkkää kevytjuomaa. Käytä alkeistapauksina
- a) viiden pullon jonoja
b) viiden pullon osajoukkoja.
- (27) Taskulaskimen omistaja on todennut, että hän laskiessaan näppäilee väärin keskimäärin joka 15. näppäilyyn. Millä todennäköisyydellä hän saa oikean tuloksen laskusta, joka vaatii 12 näppäilyä? Oletetaan, että väärän näppäilyyn vaikutus ei korjaudu toisella väärällä näppäilyllä.
- (28) Monopoli-pelissä heitetään kahta noppaa, ja jos saa samat silmäluvut, niin saa heittää uudestaan. Jos vielä kolmannella heitokerralla tulee pari, niin pelaaja joutuu vankilaan. Millä todennäköisyydellä pelaaja heittovuorollaan joutuu tästä syystä vankilaan?
- (29) Artikkelin koevedoksen lukee kolme henkilöä, joista ensimmäinen löytää yksittäisen virheen 0, 5 todennäköisyydellä, toinen 0, 6 ja kolmas 0, 7 todennäköisyydellä. Millä todennäköisyydellä kaikki 5 virhettä löytyvät?
- (30) Koulutiellä on kolmet jalankulkuvalot, jotka toimivat toisistaan riippumattomasti ja ovat punaisella 40, 60 ja 70 prosenttia ajasta. Olkoon satunnaismuuttuja X koulumatkalla kohdattavien punaisten valojen lukumäärä. Määritä satunnaismuuttujan X jakauma ja odotusarvo.
- (31) Kolikkoa heitetään, kunnes tulee ensimmäinen klaava. Millä todennäköisyydellä tarvitaan enemmän kuin neljä heittoa?
- (32) Ostetaan viisi arpaa arpajaisissa, joissa arpojen lukumäärä on suuri ja 27 prosenttia arvoista voittaa. Olkoon satunnaismuuttuja X saatujen voittoarpojen lukumäärä. Laske satunnaismuuttujan X odotusarvo ja keskihajonta.
- (33) Satunnaismuuttuja X noudattaa normaalijakaumaa, jonka odotusarvo on 3, 0 ja keskihajonta 1, 9. Määritä kahden desimaalin

tarkkuudella todennäköisyys

a) $P(X \leq 3, 7)$

b) $P(X \leq 1, 9)$

c) $P(X \leq 0 \leq X \leq 4, 1)$.