

INTEGRAALI: SARJA 1

Integraalisarjan tehtävät sisältävät tehtäviä integraaleista, määrättyistä integraaleista sekä pinta-alan ja tilavuuden määrittämisestä. Teoriaan voi tutustua pitkän matematiikan 10. kurssin kurssikirjoista sekä Pitkän matematiikan kertauskirjasta sivuilta 219-238.

- (1) Päättele, minkä funktion derivaatta on
 a) $f'(x) = 6x^3 + 4$ b) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- (2) s. 222 teht. 533
- (3) s. 222 teht. 535
- (4) s. 222 teht. 536
- (5) Integroi.
 a) $\int (x^2 + 2x - x(x + 1)) dx$
 b) $\int \frac{1}{1+x} dx$
 c) $\int \frac{(x-2)(x^3+2)+4}{2x} dx$
- (6) Integroi.
 a) $\int (3x+1)^7 dx$
 b) $\int x^2 \sqrt{2-x^3} dx$
 c) $\int (e^{-x} + 1) dx$
- (7) Integroi.
 a) $\int (1 + \sin(3x+1)) dx$
 b) $\int x^2 (2-x^3)^3 dx$
 c) $\int (2x + 3 \sin^2 x) dx + \int (3 \cos^2 x - x) dx$
- (8) Integroi.
 a) $\int (2x^7 - \frac{1}{4}x^5 + 9x^2 - \frac{3}{2}) dx$
 b) $\int x^2 \cdot (3-x)^2 dx$
- (9) Integroi.
 a) $\int (5x^4 - 2x + x(x-2)) dx$
 b) $\int \frac{x}{1+x^2} dx$
 c) Laske sen funktion $f(x)$ integraalifunktio $F(x)$, joka toteuttaa ehdon $F(2) = 0$, kun $f(x) = \frac{x^3+2}{2x}$

- (10) Integroi.
- $\int_1^{-2} (x^3 - x) dx$
 - Kun tunnet a) -kohdan tuloksen, niin mitä on $\int_{-2}^1 (x^3 - x) dx$
 - Integroi $\int_1^5 x(2x^2 + 4)^2 dx$
- (11) Integroi.
- $\int (2x - 3)^5 dx$
 - $\int x(5x^2 + 7)^{-2} dx$
 - $\int (2x^2 + 3) \sqrt{\frac{2}{3}x^3 + 3x - 9} dx$
- (12) a) Olkoon $F(x)$ funktion $f(x) = x^2 - 2x - 3$ se integraalifunktio, jolle $F(0) = 1$. Määritä funktion $F(x)$ ääriarvot.
- b) Määritä funktion $f(x) = -2x + 1$ se integraalifunktio, jonka kuvaajan x-akselista erottaman janan pituus on 2.
- (13) Integroi.
- $\int_{-1}^0 (3x^2 - 4x + 5) dx$
 - $\int_0^1 (3x^2 - 4x + 5) dx$
 - $\int_0^{\frac{1}{2}} \cos \frac{x}{3} dx$
- (14) Integroi.
- $\int_{-4}^1 4x^3 dx$
 - $\int_{-1}^3 (2x - 3)^5 dx$
 - $\int_1^5 (2x + 5) dx$
- (15) Integroi.
- $\int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx$
 - $\int_0^1 xe^{x^2} dx$
 - $\int_3^5 x\sqrt{x^2 - 9} dx$
- (16) Määritä funktion $f(x) = x + 1$ se integraalifunktio $F(x)$, jonka kuvaajan x-akselista erottaman janan pituus on 10.
- (17) a) Olkoon funktio $f(x)$ jatkuva. Laske käyrien $y_1 = f(x)$ ja $y_2 = f(x) + 2x$ sekä suorien $x = -1$ ja $X = 2$ väliin jäävän alueen ala.
- b) Määritä funktion $f(x) = x^2$ se integraalifunktio $F(x)$, jonka kuvaajan yhdessä koordinaattiakselien rajoittaman alueen ala on 4.