

## FUNKTIOT: SARJA 2

Funktiot-sarjan tehtävät sisältävät funktion kuvaajan piirtämistä, kuvaajan tulkintaa sekä määrittely- ja arvojoukon määrittämistä. Lisäksi sarja sisältää eksponentti-, logaritmi- ja trigonometriset funktiot. Pitkän matematiikan kertauskirjan sivut 76-103 (ei sivut 85, 86, 102) kattavat eksponentti-, logaritmi- ja trigonometristen funktioiden teorian ja toimivat hyvin oppimisen tukena.

- (1) Funktio on jatkuva ja aidosti monotoninen (eli aidosti kasvava tai aid. vähenevä), ja sen määrittelyjoukko on  $[-4, 8]$  ja arvojoukko  $[-10, 3]$ .

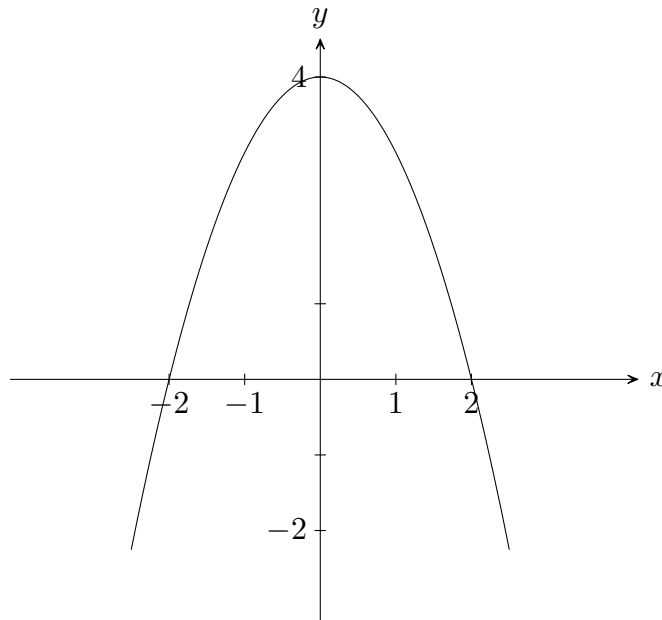
Hahmottele erään ehdot toteuttavan funktion kuvaaja.

- (2) a) Laske  $f(g(x))$ , kun  $f(x) = (x + 1)^2 + 3x - 4$  ja  $g(x) = 25x$ .

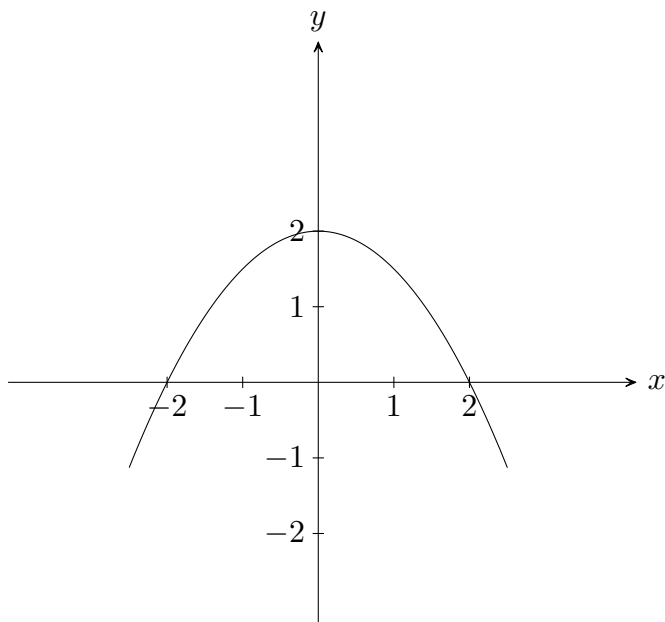
b) Etsi ainakin kaksi erilaista funktioparia  $f(x)$  ja  $g(x)$ , jotka toteuttavat yhdistetyn funktion

$$(f \circ g)(x) = \sqrt{2x + 4}$$

- (3) Määritä kuvassa olevan funktion lauseke.



- (4) Määritä kuvassa olevan funktion lauseke.



- (5) a) Keksi ainakin kaksi erilaista funktioparia  $f(x)$  ja  $g(x)$ , jotka toteuttavat yhdistetyn funktion

$$(f \circ g)(x) = \frac{2x}{2x + 3}.$$

- b) Millainen sisäfunktio  $g(x)$  toteuttaa yhdistetyn funktion

$$(f \circ g)(x) = 3x, \text{ kun ulkofunktio } f(x) \text{ on } f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}, x > 0.$$

- (6) Mitä voit kertoa funktion nollakohdista, kun tiedetään, että funktion  $f(x)$  arvojoukko on  $[-8, 9]$  ja määrittelyjoukossaan funktio on

a) monotoninen (eli kasvava tai vähenevä)

b) aidosti monotoninen eli aidosti kasvava tai aid. vähenevä)

- (7) Etsi funktiolle  $f$  jokin määrittelyjoukko, jossa  $f$  on monotoninen, ja ilmoita tätä joukkoa vastaava arvojoukko, kun

a)  $f(x) = -x^2 + 3$

b)  $f(x) = \begin{cases} x, & \text{kun } x \geq 0 \\ -x^2, & \text{kun } x < 0 \end{cases}$

c)  $f(x) = |x - 2|$

(8) Milloin seuraavat rationaalifunktiot ovat määriteltyjä?

a)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$       b)  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$   
c)  $h(x) = \frac{x + 1}{4x + 3} - \frac{3}{x - 1}$

d) Laske edellisellä kolmella funktiolla  $f(x)$ ,  $g(x)$  ja  $h(x)$  seuraavat laskutoimitukset ja ilmoita tulos sievennetyssä muodossa.

i)  $f(x) - g(x)$       ii)  $g(x) \cdot h(x)$

(9) s. 77 t.179

(10) s. 77 t. 180

(11) Ratkaise.

a)  $3 \cdot 4^{2x} = 12$       b)  $2^{x^2-x} = 4^{x+2}$   
c)  $16^x > \frac{1}{2}$       d)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x > \left(\frac{3}{2}\right)^{3x-4}$

(12) Määritä (ja laske tarvittaessa likiarvo).

a)  $\log_6 15$       b)  $\log_5 \frac{1}{125}$       c)  $\ln e^{\ln 1}$

(13) Ratkaise yhtälöt ja laske tarvittaessa likiarvo.

a)  $\log_4(x - 1) = 2$   
b)  $6^{2x} = 12$   
c)  $\log_2(x - 2) + \log_2(x + 3) = \log_2 14$   
d)  $\ln x = \log_2 5$

(14) s. 78 t. 182

(15) s. 78 t. 183

(16) s. 78 t. 184

(17) s. 78 t. 186

(18) s. 78 t. 187

(19) s. 82 t. 188

(20) s. 82 t. 191

(21) s. 82 t. 192

(22) s. 84 t. 196

(23) s. 84 t. 197

(24) s. 87 t. 203

(25) s. 87 t. 206

(26) s. 87 t. 207

(27) Talletetaan tilille rahaa 1000 euroa. Tilin korkoprosentti on 3

a) Paljonko tilillä on rahaa 10 vuoden kuluttua?

b) Paljonko korkoprosentin olisi oltava, jotta tilillä olisi 10 vuoden kuluttua 1500 euroa?

(28) s. 87 t. 210

(29) s. 88 t. 218

(30) s. 88 t. 222

(31) Määritä tarkka arvo.

a)  $\sin\left(\frac{4}{3}\pi\right)$       b)  $\sin\left(\frac{11}{6}\pi\right)$

c)  $\cos\left(-\frac{11}{3}\pi\right)$       d)  $\tan\left(-\frac{3}{2}\pi\right)$

(32) Olkoon  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  ja  $\sin \alpha = \frac{9}{41}$ .

a) Määritä  $\cos \alpha$  ja  $\tan \alpha$  (tarkat arvot).

b) Tarkista tulos laskimella laskemalla ensin likiarvo kulmalle, ja määritä sen avulla likiarvot kosinille ja tangentille.

(33) Ratkaise yhtälöt.

a)  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$       b)  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c)  $2 \sin 2x = 1$       d)  $\tan 4x = 0$

(34)

(35) s. 91 t. 227

(36) s. 93 t. 228

(37) s. 93 t. 229

(38) s. 93 t. 230

(39) s. 98 t. 240

(40) s. 99 t. 241

(41) s. 99 t. 242

(42) s. 99 t. 243

(43) s. 99 t. 244

(44) s. 99 t. 245

(45) s. 101 t. 249

(46) s. 103 t. 253

(47) s. 103 t. 254

(48) s. 103 t. 255

(49) s. 103 t. 256

(50) s. 103 t. 258

(51) s. 103 t. 260

(52) s. 103 t. 264

(53) s. 103 t. 266