

DERIVAATTA: SARJA 2

Derivaatta-tehtäväsarjassa käydään läpi muun muassa seuraavat asiat: erotusosamäärä, tavallisimpien funktioiden derivaatat, yhdistetyn funktion derivaatta ja ääriarvot. Jos derivointi on lähes uutta, keskity alkupään tehtäviin ja tukea sekä lisää tehtäviä löytyy pitkän matematiikan 7-kurssin kurssikirjoista. Pitkän matematiikan kertauskirjasta sivut 62, 73, 85, 102, 194-212 liittyvät tähän aihepiiriin.

(1) s. 196 teht. 464

(2) s. 211 teht. 494

(3) Määritä funktion  $f(x) = 3x^2$  derivaatta pisteessä  $x = -2$  erotusosamäärän raja-arvon avulla.

(4) Laske  $f'(4)$  erotusosamäärän avulla, kun

$$f(x) = \frac{1}{x+2}$$

(5) Tunnetaan funktiot  $f(x) = x^3 + 3x + 2$  ja  $g(x) = \frac{1}{x}$ .

Derivoi funktiot

a)  $f(x)$       b)  $g(x)$       c)  $f(x)g(x)$

d)  $\frac{f(x)}{g(x)}$

(6) Tunnetaan funktiot  $f(x) = x^3 + 3x + 2$  ja  $g(x) = \frac{1}{x}$ .

Derivoi funktiot

a)  $g(f(x))$       b)  $f(g(x))$

c)  $(f(x))^5$       d)  $\sin(g(x))$

(7) s. 63 teht. 119

(8) s. 63 teht. 120

(9) Derivoi funktiot, kun  $f(x) = 2x^2 + 3x$ ,  $g(x) = 2 - 5x$  ja  $h(x) = e^x$ .

a)  $f - g$       b)  $fg$       c)  $\frac{f}{g}$

(10) Derivoi funktiot, kun  $f(x) = 2x^2 + 3x$ ,  $g(x) = 2 - 5x$  ja  $h(x) = e^x$ .

a)  $f(g(x))$       b)  $f(h(x))$       c)  $h(g(x))$

(11) s. 73 teht. 163

(12) s. 73 teht. 164

(13) s. 86 teht. 199

(14) s. 86 teht. 201

(15) s. 86 teht. 202

(16) Derivoi.

a)  $f(x) = x^{\frac{1}{3}} \ln x$       b)  $f(x) = \ln x^2 + \frac{2}{x}$

(17) s. 102 teht. 252

(18) Derivoi.

a)  $f(x) = (4x + 2)^2$       b)  $f(x) = \sin(2x + 1)$   
c)  $f(x) = \ln(3x + 1)$       d)  $f(x) = \cos \frac{1}{x}$   
e)  $f(x) = \sin^2 x$

(19) Derivoi

a)  $f(x) = \sin^2 x \cos x$ .      b)  $f(x) = \cos^2 x \sqrt{x}$

(20) Derivoi.

a)  $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$       b)  $f(x) = \cos^2 x + \frac{\cos x}{x^2}$

(21) s. 201 teht. 467

(22) s. 201 teht. 468

(23) s. 201 teht. 469

(24) Milloin funktio

$f(x) = \frac{x}{x-2}$   
on aidosti vähenevä?

(25) Määritä funktion  $f(x)$  ääriarvokohdat ja ja tutki milloin kyseinen funktio on aidosti monotoninen.

a)  $f(x) = 2x^3 + 18x^2 - 4$

b)  $f(x) = \frac{x^2}{2x+1}$

(26) Ratkaise funktion  $f(x)$  lokaalit ja absoluuttiset ääriarvokohdat. Tutki myös, milloin funktiot ovat aidosti kasvavia tai väheneviä.

a)  $f(x) = x^5 + 6x^3 - 2$       b)  $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 10}$

c)  $x^4 - 8x + 2$       d)  $\frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3 + 3x + 6$

e)  $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$

(27) s. 207 teht. 471

(28) s. 207 teht. 474

(29) s. 211 teht. 480

(30) s. 211 teht. 481

(31) s. 211 teht. 482

(32) s. 211 teht. 492

(33) s. 212 teht. 496

(34) a) Etsi funktion suurin ja pienin arvo, kun  $f(x) = x^3 - 3x$  ja  $-3 \leq x \leq 2$ .

b) Etsi funktion pienin arvo, kun

$$f(x) = \frac{8}{2 - x - x^2}.$$

Mitä voit sanoa suurimmasta arvosta?

(35) Olkoon  $f(x) = x^3 - 3x^2$ . Etsi funktion  $f$  paikalliset ja absoluuttiset ääriarvot, kun  $x \geq -1$ .