

DERIVAATTA: SARJA 1

Derivaatta-tehtäväsarjassa käydään läpi muun muassa seuraavat asiat: erotusosamäärä, tavallisimpien funktioiden derivaatat, yhdistetyn funktion derivaatta ja ääriarvot. Jos derivointi on lähes uutta, keskity alkupään tehtäviin ja tukea sekä lisää tehtäviä löytyy pitkän matematiikan 7-kurssin kurssikirjoista. Pitkän matematiikan kertauskirjasta sivut 62, 73, 85, 102, 194-212 liittyvät tähän aihepiiriin.

- (1) Osoita, että funktiolla $f(x) = 2x + 3$ on ainakin yksi nollakohta. Käytä tietoa: Jos funktio f on jatkuva välillä $[a, b]$ ja jos arvot $f(a)$ ja $f(b)$ ovat erimerkkiset, niin funktiolla f on ainakin yksi nollakohta.
- (2) Osoita, että funktiolla $f(x) = x^2 - 1$ on ainakin yksi nollakohta.
- (3) Määritä funktion $f(x) = x^2$ derivaatta pisteessä $x = 1$ erotusosamäärän raja-arvon avulla.
- (4) Määritä funktion $f(x) = 2x^3$ pisteeseen $x = 4$ piirretyn tangentin kulmakerroin.
- (5) Derivoi funktiot.
 - a) $f(x) = x^2 + 2x$
 - b) $f(x) = 2x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 4$
 - c) $f(x) = \frac{1}{5}x^6 - x^4$
- (6) Derivoi.
 - a) $f(x) = x^2 \cdot 2x$
 - b) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 \cdot 2x^2$
 - c) $f(x) = x^4 2x^3$
- (7) Derivoi.
 - a) Funktio f on derivoituva ja $f(1) = 3$ ja $f'(1) = -2$. Määritetään $g(x) = x^3$. Laske $D(g(x)f(x))$.
 - b) Määritetään $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ ja $g(x) = 3x^4$. Laske $D(f(x)g(x))$.
- (8) Derivoi.
 - a) $f(x) = \frac{2x^3 + 4x}{\frac{1}{2}x^2 - 3x + 2}$
 - b) $f(x) = \frac{2x^{\frac{1}{3}}}{2x^4 - x^2}$
- (9) Derivoi.
 - a) $f(x) = \sqrt{x}$
 - b) $f(x) = \sqrt{2x^3}$
 - c) $f(x) = \sqrt[3]{x}$
 - d) $f(x) = \sqrt[4]{2x^3}$

(10) s. 63 teht. 118

(11) s. 86 teht. 198

(12) s. 86 teht. 200

(13) Derivoi.

a) $f(x) = e^x x^2$ b) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$

(14) Derivoi.

a) $f(x) = \frac{\ln x}{4x}$ b) $f(x) = \sqrt[5]{x} \ln x$

(15) Derivoi.

a) $f(x) = \sin x + \cos x$. b) $f(x) = \sin^2 x$

(16) Derivoi.

a) $f(x) = \sin x \cos x$ b) $f(x) = x^2 \sin x$

(17) s. 102 teht. 250

(18) s. 102 teht. 251

(19) Derivoi funktiot.

a) $f(x) = x e^{2x}$ b) $f(x) = \ln x^2 + 1$
c) $f(x) = \sin(2x - 1)$ d) $f(x) = \cos^2 x$

(20) Derivoi funktiot.

a) $f(x) = 2x^4 - 5x + 6$ b) $f(x) = (x + 3)(2x^3 + x)$
c) $f(x) = \frac{x}{x + 1}$ d) $f(x) = s\sqrt{x^2 - 3x}$

(21) Määritä, milloin funktio on kasvava ja milloin vähenevä, kun

a) $f(x) = x^3 + x + 2$
b) $f(x) = x + \frac{1}{x}$
c) $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$

(22) Määritä funktion paikalliset eli lokaalit ääriarvokohdat, ja kerro onko kyseessä maksimi vai minimi, kun

a) $f(x) = (3x^2 - 12)^2$ b) $f(x) = x e^{-x^2}$

(23) s. 201 teht. 470

(24) s. 210 teht. 475

(25) s. 210 teht. 476

(26) s. 210 teht. 477