

DERIVAATTA: SARJA 3

Derivaatta-tehtäväsarjassa käydään läpi muun muassa seuraavat asiat: erotusosamäärä, tavallisimpien funktioiden derivaatat, yhdistetyn funktion derivaatta ja ääriarvot. Jos derivointi on lähes uutta, keskity alkupään tehtäviin ja tukea sekä lisää tehtäviä löytyy pitkän matematiikan 7-kurssin kurssikirjoista. Pitkän matematiikan kertauskirjasta sivut 62, 73, 85, 102, 194-212 liittyvät tähän aihepiiriin.

- (1) Laske erotusosamäärän raja-arvon avulla funktioille derivaatta kohtaan $x = 1$.

a) $f(x) = \frac{x-3}{2x}$ b) $f(x) = (x^2 - 1)\sqrt{x}$

- (2) Määritä erotusosamäärän raja-arvon avulla funktiolle derivaatta, jos se on olemassa.

a) $f(x) = (x+1)^2 + 1$ kohdassa $x = -1$ b) $f(x) = 2\sqrt{x}$ kohdassa $x = 1$.

- (3) Laske derivaatta erotusosamäärän avulla.

a) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ kohdassa $x = -1$ b) $f(x) = \frac{1}{x^3}$ kohdassa $x = -2$

- (4) Tutki, onko funktiolla derivaatta kohdassa $x = 0$,

kun $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{kun } x \neq 0 \\ 0, & \text{kun } x = 0 \end{cases}$

- (5) Osoita, että funktio $f(x)$ on derivoituva kohdassa $x = 0$ ja määritä $f'(0)$, kun

$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{kun } x \neq 0 \\ 0, & \text{kun } x = 0 \end{cases}$

- (6) Derivoi funktio ja määritä kuvaajan haluttuun pisteeseen piirretyn tangentin yhtälö.

a) $f(x) = \frac{8}{\sqrt{x-2}}$, $(6, 4)$

b) $f(x) = 1 + \sqrt{4-z}$, $(3, 2)$

- (7) Derivoi.

a) $f(x) = x^3$ b) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$

c) $f(x) = x^{\sqrt{2}}$ d) $\frac{a}{x^4}$

e) $f(x) = x^{-\frac{4}{3}}$ f) $f(x) = \sqrt{x^{2+\pi}}$

- (8) Derivoi.

a) $f(x) = \frac{2x+5}{3x-2}$ b) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-1}$

(9) Derivoi.

a) $f(x) = (1 - t)(1 + t^2)^{-1}$ b) $f(x) = (2x - 7)^{-1}(x + 5)$

(10) Derivoi.

a) $\frac{1}{(x^2 - 1)(x^2 + x + 1)}$ b) $f(x) = \frac{(x + 1)(x + 2)}{(x + 1)(x - 2)}$

(11) Derivoi.

a) $f(x) = \sin x \cos x$ b) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$

(12) Derivoi.

a) $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ b) $f(x) = \frac{\cos x}{x} + \frac{x}{\cos x}$

(13) Derivoi.

$g(x) = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x$

(14) Derivoi.

$g(x) = x^2 \cos x - 2x \sin x - 2 \cos x$

(15) Derivoi.

a) $\left(\frac{x^2}{8} + x - \frac{1}{x}\right)^4$ b) $f(x) = \left(\frac{x}{5} + \frac{1}{5x}\right)$

(16) Derivoi.

a) $f(x) = x^2 \sin^4 x + x \cos^{-2} x$ b) $\frac{1}{21}(3x - 2)^7 + \left(4 - \frac{1}{2x^2}\right)^{-1}$

(17) s. 86 teht. 219

(18) Derivoi.

a) $f(x) = \ln x^3$ b) $f(x) = \ln(2x + 1)^2$

(19) Derivoi.

a) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ b) $f(x) = \sin x^{2x}$

(20) s. 201 teht. 466

(21) s. 211 teht. 487

(22) s. 207 teht. 472

(23) s. 211 teht. 479

(24) Etsi funktion suurin ja pienin arvo.

a) $f(x) = -\frac{1}{x^2}, \frac{1}{2} \leq x \leq 2.$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x}, -1 \leq x \leq 8$

(25) Etsi funktion lokaalit ääriarvot.

a) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ b) $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 2}$