

Helsingin yliopisto/Matematiikan laitos
MATEMATIIKAN MENETELMÄKURSSI
 Tentti, 2007-12-13
VASTAA NELJÄÄN TEHTÄVÄÄN!
MATLAB-TEHTÄVÄT SAA TEHDÄ MYÖS MUILLA KIELILLÄ!

1. Tarkastellaan yhtälöryhmää

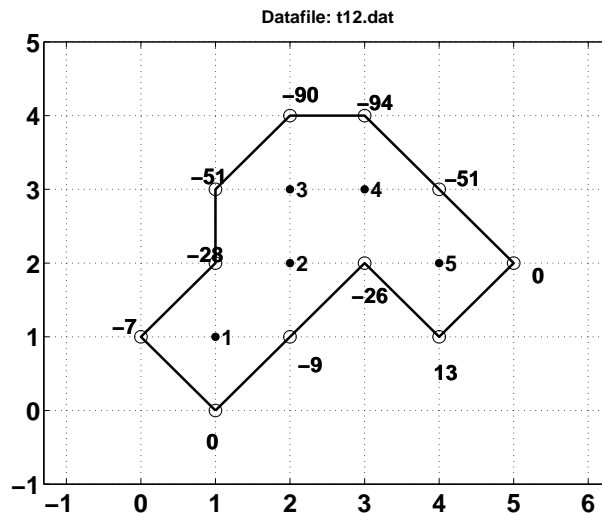
$$\begin{cases} x_1 * x_2 - 3 * x_2 - 4 * x_1 = -12; \\ x_1 * x_2 - 3 * x_1 = 3; \end{cases}$$

- (a) Muodosta Jacobin matriisi.
- (b) Kirjoita Newtonin iteraatiokaava yhtälöryhmän ratkaisemiseksi.
- (c) Aloita iteraatio pisteestä [3,3] ja tee 2 iteraatiota. Kunkin iteraatioaskeleen x_n kohdalla ilmoita $f(x_n)$, $J_f(x_n)$ ja $J_f(x_n)^{-1}f(x_n)$. Tee kaikki laskut käsin.
- (d) Kirjoita lisäksi tarkoitukseen sopiva MATLAB -ohjelma.

2. Ratkaise Dirichletin ongelma

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

oheisen kuvan tapauksessa ja indeksoiden tuntemattomat kuvanmukaisiin indekseihin 1, ..., 5. Ruudun sivunpituus on 1. Tee kaikki laskut käsin. Esitä lisäksi tarkoitukseen sopiva MATLAB ohjelma.



3. Tarkastellaan reuna-arvot tehtävää $y'' + \lambda y = 0; y(0) = y(1) = 0$.

- (a) Johda lauseke toisen derivaatan differenssiapproksimaatiolle ja muodosta tämän avulla reuna-arvot tehtävän diskreetti muoto pisteissä $x_k = k/(N + 1), k = 1, \dots, N$.

(b) Ratkaise käsin laskien tapauksessa $N = 3$ jakopisteitä $x_j, j = 1, 2, 3$ vastaavat arvot $y_j, j = 1, 2, 3$.

(c) Tee tarkoitukseen sopiva MATLAB ohjelma yleiselle N :n arvolle.

4. (a) Selosta Eulerin menetelmän käyttöä alkuarvot tehtävän $y'(t) = (t - y)/2, y(0) = 1$ ratkaisussa välillä $[0, 3]$ kun diskretointiaskeleen pituus $h = 1$. Anna funktion arvon approksimaatiot ko. pisteissä $t = 0, 1, 2, 3$.

(b) Tee tarkoitukseen sopiva MATLAB ohjelma.

5. Tarkastellaan tehtävää sovittaa mallin

$$y = \lambda_1 + \lambda_2 * \sin(2 * \pi * (x - \lambda_3)/24))$$

parametrivektori $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ vuorokauden lämpötilamittauksia kuvaavaan dataan

x	0.0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0	16.0	18.0	20.0	22.0	24.0
y	6.3	4.0	6.6	10.9	14.6	19.1	24.3	25.7	22.9	19.5	15.9	10.3	5.4

Kirjoita jokin tarkoitukseen sopiva MATLAB-ohjelma.