

**Differentiaaliyhtälöt II**  
Harjoitus 3, syksy 2009

1. Palauta seuraavat differentiaaliyhtälöt 1. kl. normaalimuotoisiksi systeemeiksi:

$$(a) \quad y'' - \frac{1}{3}y^{(3)} + xy - 2x^3 = 0,$$

$$(b) \quad (y'')^2 - \frac{1}{3}y^{(3)} + xyy' - 2x^3 = 0.$$

Onko systeemi lineaarinen, ja jos on, niin onko se vakiokertoiminen?

2. Etsi seuraavan lineaarisen homogeenisysteemin perusjärjestelmä  $\mathbf{R}$ :ssä,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ t & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2).$$

Seuraavissa tehtävissä käytetään merkintää  $\mathbf{0} = (0, \dots, 0) \in \mathbf{R}^n$ .

3. Etsi seuraavan homogeenisysteemin yleinen ratkaisu  $\mathbf{R}$ :ssä,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2).$$

Onko vakioratkaisu  $\mathbf{x}(t) \equiv \mathbf{0}$  stabiili vai epästabiili tasapainotila?

4. Etsi seuraavan homogeenisysteemin perusmatriisi  $\mathbf{R}$ :ssä,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3).$$

Onko vakioratkaisu  $\mathbf{x}(t) \equiv \mathbf{0}$  stabiili vai epästabiili tasapainotila?

5. Tehtävää hieman muutettu 17.11. Etsi seuraavan homogeenisysteemin perusjärjestelmä  $\mathbf{R}$ :ssä,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2).$$

Kannattaako käyttää matriisikeinoa? Onko vakioratkaisu  $\mathbf{x}(t) \equiv \mathbf{0}$  stabiili vai epästabiili tasapainotila?