

Differentiaaliyhtälöt II

5. harjoitus, syksy 2008

1. Määritä seuraavien systeemien tasapainokohdat ja tutki niiden stabiilisuutta. Piirrä faasikuviot.

(a)

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1^2 - x_2 \\ \dot{x}_2 &= 1 - x_1^2 - x_2^2\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1^2 - 2x_1x_2 + x_1 \\ \dot{x}_2 &= 3x_1x_2 - x_2^2\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 \left(1 - \frac{1}{2}x_1 \right) - \frac{2x_1}{1+x_1}x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{x_1}{1+x_1}x_2 - \frac{1}{2}x_2\end{aligned}$$

2. Muunna yhtälö $\ddot{x} + (1+x^2)\dot{x} + x = 0$ kahden yhtälön ensimmäisen kertaluvun systeemiksi ja tutki origon stabiilisuutta.