

1. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y' = \frac{3}{2}\sqrt{x}(1-y).$$

2. Ratkaise differentiaaliyhtälö (implisiittiratkaisu riittää)

$$y \cos y + x(\cos y)y' = xy(\sin y)y'.$$

3. Ratkaise alkuarvottehtävä

$$y'' + 2y' - 3y = -16xe^{-x}, \quad y(0) = y'(0) = 1.$$

4. Kahden keskenään peliä pitävän aineen lämpötilat ajan t funktiona ovat $T_1(t)$ ja $T_2(t)$. Ajatellaan lämpötilous niin, että lämpöä ei mene tämän kahden aineen systeemin ulkopuolelle eikä tule ulkopuolelta. Tällöin, ensimmäisenä approksimaationa, lämpötilat noudattavat Newtonin jäähtymis-lämpenemislakia. Sen mukaan lämpötilan $T_i(t)$ muutosnopeus on suoraan verrannollinen lämpötilojen sen hetkiseen eroon $T_j(t) - T_i(t)$ verrannollisuuskertoimena vakio $k_i > 0$, $i, j = 1, 2$, $i \neq j$.

(a) Muodosta kaksi yhtälöä käsittävä differentiaaliyhtälösystemi funktioille $T_1(t)$ ja $T_2(t)$.

(b) Minkä yksinkertaisen relaation systeemin ratkaisut $T_1(t)$ ja $T_2(t)$ toteuttavat?

(c) Olkoot $k_1 = 0,3$ ja $k_2 = 0,1$. Ratkaise muodostamasi systeemi alkuehdolla $T_1(0) = 100$ ja $T_2(0) = 60$ (ei välitetä yksiköistä). Määrää lisäksi $\lim_{t \rightarrow \infty} T_i(t)$, $i = 1, 2$.