

Differentiaaliyhtälöt I
Kertaustehtäviä, syksy 2009

Joitakin tehtävistä käydään läpi viimeisellä luentotunnilla. Ratkaise seuraavat differentiaaliyhtälöt:

1. $y' = 3x^2y$. Ratk. on $y = ce^{x^3}$, $c \in \mathbf{R}$.
2. $y' - y/x = x \cos x$. Ratk. on $y = x(\sin x + c)$, $c \in \mathbf{R}$.
3. $xy' + 2y = 4x^2$. Ratk. on $y = x^2 + c/x^2$, $c \in \mathbf{R}$.
4. $2xy' = y^2 - 1$. Ratk. on $y = (1 + cx)/(1 - cx)$, $c \in \mathbf{R}$, ja $y \equiv -1$.
5. $2xy - 3x^2 + (x^2 - 2y^{-3})y' = 0$. Ratk. on $y = x^2y - x^3 + y^{-2} = c$, $c \in \mathbf{R}$.
6. $y' = 2 - \sqrt{2x - y + 3}$. Ratk. on $y = 2x + 3 - \frac{1}{4}(x + c)^2$, $c \in \mathbf{R}$.
7. $y' + 2y - y^2 = 0$. Ratk. on $y = 2/(1 + ce^{2x})$, $c \in \mathbf{R}$, ja $y \equiv 0$.
8. $y'' - 8y' + 16y = 0$. Ratk. on $y = c_1e^{4x} + c_2xe^{4x}$, $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$.
9. $y'' + y' = 0$. Ratk. on $y = c_1 + c_2e^{-x}$, $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$.
10. $y'' + y' - 2y = 10 \sin x$. Ratk. $y = -\cos x - 3 \sin x + c_1e^x + c_2e^{-2x}$, $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$.