

Differentiaaliyhtälöt I
Harjoitus 5, syksy 2009

1. Ratkaise AAT

$$\ddot{x} + 5\dot{x} + 6x = 0, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = -1.$$

2. Ratkaise yhtälöt

$$(a) \quad \ddot{x} + 6\dot{x} + 9x = 0, \quad (b) \quad y'' + y' + y = 0.$$

3. Yhtälöllä

$$(x - 2)y'' - (4x - 7)y' + (4x - 6)y = 0$$

on ratkaisu e^{2x} . Etsi kertaluvun pudotuksella toinen riippumaton ratkaisu ja kirjoita yhtälön yleinen ratkaisu.

4. Ratkaise seuraava yhtälö käyttäen sopivaa yrittettä

$$\ddot{x} + 9x = 4t - 2 + e^{-3t}.$$

5. Ratkaise yhtälö

$$4x^2y'' + 4xy' - y = 4x\sqrt{x}e^{-x}$$

välillä $]0, \infty[$.

Ohje. Harjoituksen 4 tehtävä 4.

Ylimääräinen tehtävä (jos aikaa jää). Tarkastellaan lähemmin tehtävän 3 yleistä ratkaisua. Onko yhtälön jokainen ratkaisu \mathbf{R} :ssä esitetty yleisessä ratkaisussa kirjaimellisesti? Miksi -teoria tarkalleen ottaen- piste $x = 2$ on erikoisasemassa, ja siksi pitää tutkia erikseen?