

Differentiaaliyhtälöt I
Harjoitus 1, syksy 2009

1. Nimeä ja ratkaise seuraavista differentiaaliyhtälöistä separoituvat yhtälöt

$$(a) \quad y' = x + xy, \quad (b) \quad y' = e^{2x-y}, \quad (c) \quad y' = 2x - y.$$

2. Osoita, että yhtälö

$$y' = \sin(x + y)$$

ei ole separoituva.

Ohje. Tee vasta oletus ja sijoita vuoron perään sopivat x :n ja y :n arvot.

3. Ratkaise AAT (alkuarvot tehtävä)

$$1 + 2x - 2yy' = 0, \quad y(0) = -2.$$

4. Ratkaise yhtälö

$$y' = (y + 2)(y - 1)$$

alkuehdoilla

$$(a) \quad y(0) = -1, \quad (b) \quad y(0) = 2.$$

Mitkä ovat vastaavat (maksimaaliset) ratkaisuvälit?

5. Takaako OY-lause yksikäsitteisen ratkaisun alkuarvot tehtävälle

$$(a) \quad y' + \cos y = \sin x, \quad y(\pi) = 0, \quad (b) \quad yy' = x, \quad y(1) = 0, \\ (c) \quad y' = 3x - \sqrt[3]{y-1}, \quad y(2) = 1, \quad (d) \quad y' = \sqrt{1-y^2}, \quad y(1) = 0?$$

6. Nimeä ja ratkaise seuraavista differentiaaliyhtälöistä eksaktit tapaukset

$$(a) \quad 3x^2y + 1 + y^3y' = 0, \quad (b) \quad \cos x \cos y - (\sin x \sin y)y' = 0, \\ (c) \quad 2xy + 3 + (x^2 - 1)y' = 0.$$