

## Differentialekvationer I

Räkneövning 3, höstterminen 2008

- Bestäm den allmänna lösningen till följande ekvationer:

(a) 
$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x - y + 1}{x - 2y + 1},$$

(b) 
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x + 4y - 11}{3x + 2y - 9}.$$

- Under optimala förhållanden delar sig en *Escherichia coli* bakterie i två dotterceller i var tjugonde minut. Bestäm bakteripopulationens Malthusiska parameter.
- En population växer enligt den logistiska modellen med parametern  $r = 0.5$ . Begynnelsepopulationens storlek är en hundraedel av bärkapaciteten. Vid vilken tidpunkt är populationens storlek (a) 50%, (b) 90%, (c) 99% av bärkapaciteten?
- Antag att påssjuka, röda hund och mässling sprider sig enligt SIR-modellen. Man har empiriskt visat att on  $R_0$  för dessa sjukdomar är 18 (påssjuka), 7 (röda hund), ja 17 (mässling). Hur stor del av en population, där ingen har immunitetsskydd, insjuknar i dessa sjukdomar om en epidemi bryter ut?
- I en simbassäng finns 40 000 liter vatten med en klorhalt på 0.01%. Vid tidpunkten  $t = 0$  börjar man pumpa vattenledningsvatten med en klorhalt på 0.001% i bassängen med en hastighet på 20 l/min. Vatten pumpas ut ur bassängen med samma hastighet. Vattnet i bassängen är hela tiden välblandat. Hur hög är klorhalten efter en timme? När är klorhalten 0.002%?