

Differentiaaliyhtälöt I

3. harjoitus, syksy 2008

1. Etsi seuraavien yhtälöiden yleiset ratkaisut:

(a)
$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x - y + 1}{x - 2y + 1},$$

(b)
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x + 4y - 11}{3x + 2y - 9}.$$

2. Optimaalisissa oloissa *Escherichia coli*-bakteeri jakautuu kahdeksi tytärsoluksi joka 20. minuutti. Määritä tämän bakteeripopulaation Malthuksen parametri.
3. Populaatio kasvaa logistisen mallin mukaisesti parametrilla $r = 0.5$. Alkupopulaation koko on sadasosa kantokyvystä. Milloin populaation koko on (a) 50%, (b) 90%, (c) 99% kantokyvystä?
4. Oletetaan, että sikotauti, vihurirokko ja tuhkarokko leviävät SIR-mallin mukaisesti. Empiirisesti on todettu että näille taudeille R_0 :n arvo on 18 (sikotauti), 7 (vihurirokko), ja 17 (tuhkarokko). Kuinka suuri osuus populaatiosta, jossa kenelläkään ei ole immuniteettisuoja, saa kyseisen taudin jos epidemia puhkeaa?
5. Uima-altaassa on 40 000 litraa vettä, jossa on klooria 0.01%. Hetkellä $t = 0$ altaaseen aletaan pumpata vesijohtovettä jonka klooripitoisuus on 0.001% nopeudella 20 l/min ja altaasta poistuu vettä samalla nopeudella. Oletetaan, että altaan vesi on koko ajan hyvin sekoitettu. Mikä on veden klooripitoisuus tunnin kuluttua? Koska veden klooripitoisuus on 0.002%?