

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

Ohjaus 7

16. 3. 2009 alkavalle viikolle

Ohjauksiin osallistumisesta on luvassa lisäpisteitä: jos osallistuu 23.3. alkaen 4 - 5 ohjaukseen, niin saa 2 lisäpistettä ja osallistumalla 3 ohjaukseen saa yhden lisäpisteen.

1. Ovatko seuraavat tosia kaikille suppeneville positiivitermisille sarjoille $\sum x_k$?

(a) Sarja $\sum (x_k)^2$ suppenee.

(b) Sarja $\sum \sqrt{x_k}$ suppenee.

2. Suppeneeko vai hajaantuuko sarja?

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[k]{k!}}.$$

Minotantti/majoranttiperiaate...

3. Suppeneeko vai hajaantuuko sarja?

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[42]{k!}}.$$

Suhdetesti...

4. Oletetaan, että positiivitermiset sarjat $\sum_{k=1}^{\infty} x_k$ ja $\sum_{k=1}^{\infty} y_k$ suppenevat. Osoita, että sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{x_k y_k}$$

suppenee. Erotuksen neliön kaavasta on apua. Osoita tämän tuloksen avulla, että sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x_k}}{k}$$

suppenee, jos $\sum_{k=1}^{\infty} x_k$ suppenee.