

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

Ohjaus 4

9 . 2. 2009 alkavalle viikolle

1. Määritä kaikki funktion $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ integraalifunktiot, kun $f(x) = 0$ kun $0 \leq x \leq 1$ ja $f(x) = x - 1$ kun $1 < x \leq 2$.

2. Tarkastellaan funktiota $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, jolle $f(x) = 0$ kun $x \neq 1$ ja $f(1) = 3$.

(a) Onko f Riemann-integroituva?

(b) Onko funktiolla f integraalifunktioita?

Tarkastellaan funktiota $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, jolle $g(x) = x^2 \sin \frac{1}{x^2}$ kun $x \neq 0$ ja $g(0) = 0$.

(c) Onko g derivoituva?

(d) Onko g' Riemann-integroituva?

3. Miksi

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx$$

täytyy tulkita epäoleelliseksi integraaliksi? Suppeneeko vai hajaantuuko se?

4. Määritä sen alueen pinta-ala, jota rajoittavat x -akseli, origoa ja hyperbelin $x^2 - y^2 = 1$ pistettä $(\cosh t, \sinh t)$ yhdistävä jana sekä pisteitä $(\cosh t, \sinh t)$ ja $(1, 0)$ yhdistävä hyperbelin kaari. (Tähän palataan tarvittaessa luennolla.)