

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

Harjoitus 9

30. 3. 2009 alkavalle viikolle

1. Anna esimerkki potenssisarjasta $\sum_{k=0}^{\infty} a_k(x-13)^k$ jonka suppenemis-
säde on 5. Vihje: tutkaile geometrisia sarjoja.

2. Millä x sarja $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}x^k}{k}$ suppenee? Vihje: tutki sivun 91 esimerk-
kiä 1.3.

3. Millä x sarja $\sum_{k=0}^{\infty} k^5 x^k$ suppenee? Vihje: sivun 94 lause 1.8; tarkastele
suppenemisvälin päätepisteitä erikseen.

4. Määritä sarjojen $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k+1}{k}\right)^{k^2} x^k$ ja $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k}{k+1}\right)^{k^2} x^k$ suppenemissäteet
ja suppenemisvälit. Vihje: sivun 94 lause 1.8.

5. Tarkastellaan potenssisarjaa $\sum_{k=0}^{\infty} a_k(x-11)^k$, missä kertoimet a_k
määritellään seuraavasti: $a_0 = 1$ ja $a_{k+1} = \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{k+1}\right)a_k$ kaikilla $k = 0, 1, 2, \dots$.
Määritä sarjan suppenemissäde ja suppenemisväli. (Vihje: lause 1.8 sivulla
94.)

6. Tutkitaan monisteen sivua 88: Muodosta äärellinen summa (ei täy-
dy sieventää), jonka arvo on rationaaliluku q , jolle pätee $|e - q| < 10^{-20}$.
(Laskinta saa käyttää apuna kertomalausekkeiden tarkastelussa.)