

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

Harjoitus 5

16 . 2. 2009 alkavalle viikolle

1. Suppeneeko vai hajaantuuko epäoleellinen integraali

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin^2(\cos^3(x^4))}{x^2} dx?$$

2. Suppeneeko vai hajaantuuko epäoleellinen integraali

$$\int_0^1 \frac{\sin(e^{x-1})}{x^2} dx?$$

3. Suppeneeko vai hajaantuuko epäoleellinen integraali

$$\int_0^1 \frac{\sin(e^{x-1})}{\sqrt{x}} dx?$$

4. Suppeneeko vai hajaantuuko

$$\int_0^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2-x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx?$$

5. Suppeneeko vai hajaantuuko

$$\int_1^{\infty} \frac{x^7}{e^x} dx?$$

Vihje: Huomaa, että $e^x > x^9$ kun x on kyllin suuri. (Muistatko syksyn kurssilta, mistä tämä seuraa?)

6. Oletetaan, että funktion f kolmas derivaatta f''' on jatkuva välillä $] - 1, 1[$. Oletetaan, että $x \in]0, 1[$. Sovella osittaisintegrointia edellisten harjoitusten tehtävän 6 tapaan tehtävän tulokseen ja johda yhtälö

$$f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{1}{2}x^2 f''(0) + \text{integraali.}$$

(Huom: tulos pätee myös kun $x \in] - 1, 0[$.)