

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

Harjoitus 3

2 . 2. 2008 alkavalle viikolle

1. Laske

$$\int_0^{\sqrt{e}} \frac{x}{x^2 + e} dx.$$

2. Laske

$$\int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Syksyn monisteen viimeistä sivua kannattaa vilkaista.

3. Derivoi

$$f(x) = \int_0^{\sin x} \cos t dt.$$

4. Osoita, että  $e^{x^2} \geq 1 + x^2$  kun  $0 \leq x \leq 1$  ja tämän tuloksen avulla, että

$$\int_0^1 e^{x^2} dx \geq \frac{4}{3}.$$

5. Laske

$$\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x^2+1)} dx$$

etsimällä luvut  $A$ ,  $B$  ja  $C$ , joille

$$\frac{1}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx}{x^2+1} + \frac{C}{x^2+1}.$$

6. Laske

$$\int_{\pi/3}^{2\pi/3} \frac{dx}{1 + \sin x}$$

sijoittamalla  $t = \tan(\frac{1}{2}x)$  (eli  $x$  on tietty tangentin käänteisfunktion arvo). Monisteen sivun 26 alalaidassa näytetään, millaisen muodon  $dx$ ,  $\sin x$  ja  $\cos x$  saavat tällaisessa sijoituksessa.