

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

Harjoitus 2

26 . 1. 2009 alkavalle viikolle

1. Oletetaan, että  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  on rajoitettu. Oletetaan, että  $a < c < d < b$ . Osoita, että  $\inf\{f(x) \mid c \leq x \leq d\} \geq \inf\{f(x) \mid a \leq x \leq b\}$ .

2. Tutkitaan funktiota  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  missä  $f(x) = e^{x^7}$ . Anna esimerkki jaosta  $D$ , jolla  $S_D - s_D < 10^{-100}$ . Vihje: tarkastele tasavälistä jakoja. Kannattaa muistella luentoja tai katsoa monisteen esimerkkiä 2.8.

3. Selvitä Riemann-integraalin määritelmän perusteella (ts. osoita integroituvuus ja määritä integraalin arvo)

$$\int_0^1 (2x + 1) dx.$$

4. Selvitä Riemann-integraalin määritelmän perusteella

$$\int_0^1 e^x dx.$$

Vihjeitä: Käytä tasavälistä jakoa. Sovella geometrisen jonon summakaavaa. Huomaa, että

$$\frac{1 - e^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}} \rightarrow -1$$

kun  $n \rightarrow \infty$  (koska kyseessä erotusosamäärän vastaluku).

5. Laske

$$\int_0^{\pi/3} e^x \sin x dx.$$

Vihje: soveltamalla osittaisintegrointia kahdesti voit saada yhtälön, josta ratkaisemalla saat selville kysytyn integraalin.

6. Laske

$$\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$$

sijoituksella  $x = \sinh t$ . (Tutki syksyn monisteen sivua 83.)