

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS  
Analyysi II  
Harjoitus 11  
20. 4. 2009 alkavalle viikolle  
KEVÄTTÄ 2009 VARTEN

1. Laske sivun 104 esimerkin tapaan sellainen likiarvo luvulle  $e$ , että virheen itseisarvo on pienempi kuin  $10^{-5}$ .

2. Laske sivun 110 esimerkin tapaan sellainen likiarvo integraalille

$$\int_0^1 e^{x^3} dx,$$

että virheen itseisarvo on pienempi kuin 0,01.

3. Muodosta funktiolle  $f(x) = \ln x$  Taylorin polynomi  $T_2(x; e)$  ja selvitä sen avulla

$$\lim_{x \rightarrow e} \frac{x - \ln x}{(x - e)^2}.$$

Osaatko selvittää myös raja-arvon

$$\lim_{x \rightarrow e} \frac{x - \ln x^e}{(x - e)^2}?$$

4. Muodosta funktiolle  $f(x) = e^x$  Taylorin polynomi  $T_2(x; 1)$  ja selvitä sen avulla

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - ex}{(x - 1)^2}.$$

5. Muodosta funktiolle  $f(x) = \sqrt{x}$  Taylorin polynomi  $T_2(x; 4)$  ja selvitä sen avulla raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4\sqrt{x} - (x + 4)}{(x - 4)^2}.$$

6. Funktioiden  $\cos x$  ja  $2 - \cosh x$  kuvaajat kulkevat lähellä toisiaan kun  $x$  on lähellä kohtaa  $x = 0$ . (Piirrä jos mahdollista näiden kuvaajat esim. välillä  $[-1/2, 1/2]$ .) Yritä selittää ilmiö tutkimalla Taylorin polynomien avulla erotusfunktiota  $f(x) = \cos x - (2 - \cosh x)$ .