

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

Harjoitus 10

6. 4. 2009 alkavalle viikolle

1. Millä luvuille $a > 0$ pätee, että sarja $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k x^k$

(a) suppenee välillä $] -a, a[$;

(b) suppenee tasaisesti välillä $[-a, a]$?

Millä luvuille $a > 0$ pätee, että sarja

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{2^k}$$

(a) suppenee välillä $] -a, a[$;

(b) suppenee tasaisesti välillä $[-a, a]$?

3. Suppeneeko sarja

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin^k x}{2^k}$$

tasaisesti koko reaalilukujen joukossa?

4. Suppeneeko sarja

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k \sin^{k^k} x$$

tasaisesti välillä $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$?

5. Määritellään

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \sqrt{k} x^k$$

Laske $f(0)$, $f'(0)$, $f''(0)$ ja $f'''(0)$.

6. Esitä funktio $f(x) = \frac{1}{1-x^3}$ potenssisarjana, joka suppenee välillä $] -1, 1[$ ja määritä tämän avulla funktion 10., 11. ja 12. derivaatta kohdassa $x = 0$.
Vihje: geometrinen sarja.