

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys II

Övning 3

För veckan som börjar 2 . 2. 2009

1. Beräkna

$$\int_0^{\sqrt{e}} \frac{x}{x^2 + e} dx.$$

2. Beräkna

$$\int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Det kan löna sig att ta en titt på slutet av höstens kompendium.

3. Derivera

$$f(x) = \int_0^{\sin x} \cos t dt.$$

4. Visa att $e^{x^2} \geq 1 + x^2$ när $0 \leq x \leq 1$ och med hjälp av detta

$$\int_0^1 e^{x^2} dx \geq \frac{4}{3}.$$

5. Beräkna

$$\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x^2+1)} dx$$

genom att hitta tal A , B och C , för vilka

$$\frac{1}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx}{x^2+1} + \frac{C}{x^2+1}.$$

6. Beräkna

$$\int_{\pi/3}^{2\pi/3} \frac{dx}{\sin x}$$

med substitutionen $t = \tan(\frac{1}{2}x)$ (x är alltså ett visst värde som tangens inversfunktion antar). På sida 28 i kompendiet ser du vilken form dx , $\sin x$ och $\cos x$ får med denna substitution.