

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi I

Ohjaus 10

24. 11. 2008 alkavalle viikolle

1. Tutki funktion  $f : [0, 7] \rightarrow \mathbb{R}$  mahdollisia suurimpia ja pienimpiä arvoja sekä lokaaleja ääriarvoja, kun

$$f(x) = |(x - 2)^2 - 1|$$

kaikilla  $x \in [0, 7]$ . Huolelliset perustelut! (Tarkista monisteesta, miten lokaaliset ääriarvot määritellään siellä.)

2. Määritä luku  $\xi$ , jolle  $f(a) - f(b) = f'(\xi)(a - b)$ , kun

(a)  $a = 0$ ,  $b = 1$  ja  $f(x) = \sqrt{x}$ ;

(b)  $a = 0$ ,  $b = \frac{\pi}{2}$  ja  $f(x) = \sin x$ .

Etsi (a) kohdassa tarkka arvo ja (b) kohdassa kolmedesimaalinen likiarvo.

3. Oletetaan, että  $f : ] - 1, 1[ \rightarrow \mathbb{R}$  on jatkuva ja derivoituva. Oletetaan lisäksi, että kaikilla  $x \in ] - 1, 1[$  pätee, että  $|f'(x)| \leq 10$ . Anna esimerkki sellaisesta luvusta  $\delta > 0$ , että kaikilla  $x, y \in ] - 1, 1[$  pätee: jos  $|x - y| < \delta$ , niin  $|f(x) - f(y)| < 10^{-2006}$ .

4. Osoita tarkasti, ettei funktio  $f$  ole derivoituva kohdassa  $x = 0$ , jos  $f(0) = 0$  ja  $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$  kun  $x \neq 0$ .

Mieti tämän perusteella pitääkö seuraava (epätäsmällisesti muotoiltu) väite paikkansa: jos jatkuva funktio  $f$  ei ole derivoituva kohdassa  $x_0$ , niin sen kuvaajassa on tässä kohtaa ”taitos” tai ”piikki” tai ”kuvaaja on pystysuora”?