MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS
Analyysi I
Harjoitus 3
22. 9. 2008 alkavalle viikolle

Näissä harjoituksissa opetellaan harjoitellaan lukujonon raja-arvon määritelmän käyttöä. Ellei erikseen mainita, tehtävissä pitää käyttää tätä määritelmää.

1. Oletetaan, että kaikilla n on

$$x_n = \frac{2n+1}{3n}.$$

Osoita, että $\lim_{n\to\infty} x_n = \frac{2}{3}$.

2. Osoita, että

$$\lim_{k\to\infty} \frac{5k-4}{3k^2+7} = 0.$$

3. Osoita, että

$$\frac{5k+4}{3k^2+7} \to 0 \,\mathrm{kun}\, k \to \infty.$$

4. Oletetaan, että $1 < \lim_{k\to\infty} x_k < 2$. (Oletus sisältää tiedon, että tutkittava jono suppenee.) Osoita, että on olemassa sellainen n, että $1 < x_k < 2$ kaikilla $k > n$. Tämäkin tehtävä on tarkoitus tehdä käyttäen suoraan lukujonon raja-arvon määritelmää.

5. Osoita, että väite

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n+1}{3n} = 1.$$

ei pidä paikkaansa. Ratkaisussa pitää käyttää suoraan lukujonon raja-arvon määritelmää. (Seuraisiko muuten tulos myös tehtävästä 1 ja monisteen lauseista?)

6. Oleteaan, että kaikilla n on

$$x_n = (-1)^n n.$$

Suppeneeko vai hajaantuuko jono (x_n)?