

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi I

Harjoitus 1

8 . 9. 2008 alkavalle viikolle

Tervetuloa kurssille Analyysi I.

Kurssin asioista voit kasvokkain keskustelemisen tai salissa kysymisen lisäksi keskustella Alman työryhmäalueella ryhmässä Analyysi I. Työryhmän käyttöä (ja viestin jättämistä) kannattaa kokeilla esim tuutorryhmässä!

Voit myös ottaa yhteyttä sähköpostilla (juha.oikkonen@helsinki.fi).

Näissä harjoituksissa opetellaan laskusääntöjen ja epäyhtälöiden huolellista käyttöä. Ratkaisuihin ei saa vedota raja- arvoihin, jatkuvuuteen tai derivaattoihin (-olemme opettelemassa perusasioita noiden käsitteiden täsmällistä käsitteilyä varten.) Vastaukset pitää pyrkiä perustelemaan niin, että uskot kaverinkin uskovan mitä hänelle väität.

1. Luvun  $x$  käänteisluku on sellainen yksikäsitteinen luku  $y$ , että  $xy = 1$ . Miksi luvulla 0 ei ole käänteislukua; ts. miksi nolllalla ei saa jakaa?

2. Oletetaan, että  $x < 4$  ja  $y \leq 2$ . Pitääkö tällöin välttämättä paikkansa, että  $xy \leq 10$ ? Miten perustelisit väitteesi? Voit vapaasti käyttää luennolla esillä olleita suuruusjärjestyksen ominaisuuksia.

3. Ovatko seuraavat väitteet tosia

(a)  $x^2 < x$  aina kun  $0 < x < 1$ ?

(b)  $x^3 < x^2$  aina kun  $0 < x < 1$ ?

(c)  $x^2 < y^2$  aina kun  $x < y$ ?

(d)  $x^2 < y^2$  aina kun  $0 < x < y$ ?

Yritä perustella tuloksesi monisteessa ja luennoilla käsiteltyjen suuruusjärjestyksen ominaisuuksien avulla?

4. Pitääkö epäyhtälö  $\sqrt{x} < \sqrt{y}$  paikkansa kun  $0 \leq x < y$ ? Tässä saa suuruusjärjestystä koskevan tiedon lisäksi käyttää tietoa, että kun  $0 \leq a$ , niin  $\sqrt{a}$  on sellainen yksikäsitteinen epänegatiivinen luku, jonka neliö on  $a$ .

5. Päteekö seuraava väite: Jos  $0 < x < 1$ , niin

$$x^{13} + 3x^7 + x < 4x^5 + 1?$$

Vihje: Tehtävän 3 (b) kohta liittyy tietoon  $x^n < x^m$  kun  $n > m$  ja  $0 < x < 1$ .

6. Oletetaan, että  $4 - 3^{-999} < x < 4$ . Osoita, että  $2 - \sqrt{x} < 3^{-1000}$ . Vihje: sovelta erotukseen  $2 - \sqrt{x}$  koulusta tuttua lavennustemppua: kerro ja jaa lausekkeella.  $2 + \sqrt{x}$ . Pienennä sen jälkeen nimittäjää edellisen tehtävän tapaan. Kannattaa huomata, että tehtävän tilanteessa  $\sqrt{x} > 1$  ja  $4 - x < 3^{-999}$ .