

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Övning 11

För veckan som börjar 1. 12. 2008

Föreläsningarna har kommit in på en period där vi med hjälp av Hurri-Syrjärens kompendium bekantar oss med viktiga trancendentalfunktioners grundegenskaper.

1. Visa att det för varje $x \geq 0$ gäller att $e^x \geq 1 + x$. Undersök differensen. Medelvärdessatsen hjälper.

2. Visa att det för alla $x \geq 0$ gäller att $e^x \geq 1 + x + \frac{1}{2}x^2$. (Kan man fortsätta på idén i uppgift 1 och 2?)

3. Härled ekvationen

$$\text{Dar } \cosh x = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

när $x > 1$. Undersök sidorna 84 och 85 i kompendiet!

4. Visa att x^x är strängt växande i intervallet $[\frac{1}{e}, \infty[$.

5. Vi undersöker funktionen $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ där $f(x) = e^{-2x} \sin(\sqrt{3}x)$. Finn dess lokala extremvärden. Vad händer med funktionen när $x \rightarrow \infty$?

6. Vi definerar $f(x) = x^2 \sin(\frac{1}{x^2})$ när $x \neq 0$ och $f(0) = 0$. Är f deriverbar i punkten $x = 0$? Är derivatafunktionen kontinuerlig? Är den begränsad?