INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys I
Övning 3
22–26.9.2008

I den här övningen lär vi oss att använda definitionen för gränsvärdet av en talföljd. Om inte annat nämns, skall den här definitionen användas i uppgifterna.

1. Antag att för alla n gäller
$$x_n = \frac{2n+1}{3n}.$$
Visa att $\lim_{n\to\infty} x_n = \frac{2}{3}$.

2. Visa att
$$\lim_{k\to\infty} \frac{5k-4}{3k^2+7} = 0.$$

3. Visa att
$$\frac{5k+4}{3k^2+7} \to 0 \,\text{då}\, k \to \infty.$$

4. Antag att $1 < \lim_{k\to\infty} < 2$. (Så som det är formulerat, omfattar antagandet också att talföljden i fråga konvergerar.) Visa att det existerar ett sådant n att $1 < x_k < 2$ för alla $k > n$. Också i den här uppgiften är det meningen att man använder gränsvärdets definition direkt.

5. Visa att påståendet
$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n+1}{3n} = 0$$
inte är sant. I lösningen skall man använda sig direkt av gränsvärdets definition. (Följer resultatet, för övrigt, av uppgift 1 och satser i kompendiet?)

6. Antag att
$$x_n = (-1)^n n.$$
Konvergerar eller divergerar följden (x_n)?