

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Övning 2

15–19.9.2008

I den här övningen lär vi oss om absolutbeloppets definition och om användning av absolutbelopp i estimat.

1. (a) Vilka tal uppfyller olikheten $|3x - 6| < 1$? (b) Vilka olikheten $0 < |3x - 6| < 1$? Det lönar sig att använda absolutebeloppslemmat samt observera att $|t| > 0$ exakt då $t \neq 0$.

2. Antag att $|x - e| < 2^{-100}$ och $|y - \pi| < 2^{-100}$. Vad kan du med hjälp av triangelolikheten resonera dig fram till gällande avståndet $|(x+y) - (e+\pi)|$ mellan summorna?

3. Sök fram ett sådant tal $K > 0$ att det för alla punkter x i intervallet $]1, 3[$ gäller att

$$\left| \frac{x+5}{2x+7} - \frac{7}{11} \right| \leq K|x-2|.$$

4. Antag att $|x - 3| < 7^{-13}$. Stämmer då nödvändigtvis att $|x^2 - 9| < 7^{-12}$? I uppgiften lönar det sig att estimera $|x^2 - 9|$ uppåt.

5. Sök fram ett sådant tal $h > 0$ att $|x^2 - 9| < 10^{-100}$ då $|x - 3| < h$. Här lönar det sig att använda estimatet för $|x^2 - 9|$ från föregående uppgift.

6. Sök fram ett sådant tal $h > 0$ att $|\sqrt{x} - 3| < 10^{-100}$ då $|x - 9| < h$. I uppgiften lönar det sig att estimera $|\sqrt{x} - 3|$ uppåt.