

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Övning 1

8–12.9.2008

Vi övar oss i noggrann användning av räkneregler och olikheter. I lösningarna får man inte hänvisa till gränsvärden, kontinuitet eller derivator (vi håller på att gå igenom grunderna som sedan används för en exakt behandling av dessa begrepp.) Sträva till att motivera svaren så, att även kompisens bredvid skulle övertygas av dina påståenden.

1. En invers för talet x är ett sådant entydigt tal y att $xy = 1$. Varför har talet 0 ingen invers d.v.s. varför får man inte dividera med noll?
2. Antag att $x < 4$ och $y \leq 2$. Är det då nödvändigtvis så, att $xy < 10$? Hur skulle du motivera ditt svar? Du kan fritt använda de egenskaper hos ordningsrelationen som tagits upp på föreläsningen.
3. Är följande påståenden sanna?
 - (a) $x^2 < x$ då $0 < x < 1$
 - (b) $x^3 < x^2$ då $0 < x < 1$
 - (c) $x^2 < y^2$ då $x < y$
 - (c) $x^2 < y^2$ då $0 < x < y$Försök att motivera med hjälp av de egenskaper av ordningsrelationen som tas upp i kompendiet och på föreläsningarna?
4. Är olikheten $\sqrt{x} < \sqrt{y}$ sann då $0 \leq x < y$? Här får man använda sig av att då $0 \leq a$, så är \sqrt{a} ett entydigt icke negativt tal vars kvadrat är a .
5. Stämmer följande påstående: Om $0 < x < 1$, så är

$$x^{13} + 3x^7 + x < 4x^5 + 1?$$

Tips: Punkt (b) i uppgift 3 har att göra med att $x^n < x^m$ då $n > m$ och $0 < x < 1$.

6. Antag att $4 - 3^{-999} < x < 4$. Visa, att $2 - \sqrt{x} < 3^{-1000}$. Tips: Använd det från skolan bekanta förlängningstricket på skillnaden $2 - \sqrt{x}$. Lägg märke till att uppgiftens antagande ger att $\sqrt{x} > 1$ och $4 - x < 3^{-999}$.