

1. Olkoon  $D$  tason osajoukko  $\bar{B}(0, 1) \setminus B(0, 1/2)$ . Laske integraali

$$\int_D \log(x^2 + y^2) dA$$

2. Laske

$$\iint_B f dx dy,$$

kun  $B := \{(x, y) \mid |x| \leq 10, -5 \leq y \leq 10, \text{ ja } x^2 + y^2 \geq 1\}$  (piirrä kuva;  $B$  on suorakulmio, josta on poistettu yksikkökierros) sekä

$$f(x, y) := x + y.$$

3. Laske sen rajoitetun tasoalueen pinta-ala, jonka reunan muodostavat paraabelit  $y = x^2$ ,  $y = 2x^2$ ,  $x = y^2$  ja  $x = 3y^2$ . Ohje. Piirrä kuva. Käytä muuttujanvaihtokuvausta

$$w^{-1}(x, y) := \left( \frac{y}{x^2}, \frac{x}{y^2} \right)$$

sekä jakobiaaneja koskevaa kaavaa

$$\tau(w)(s, t) = \frac{1}{\tau(w^{-1})(w(s, t))},$$

missä on merkitty  $(s, t)$ :llä muuttujia  $w$ :n määrittelyalueessa.

4. Laske epäoleellinen integraali

$$\iint_A \frac{1}{x^2 y^2} dx dy$$

kun  $A := [1, \infty) \times [1, \infty)$ .

5. Laske

$$\iint_B \frac{1}{(u+v)^2} du dv,$$

kun

$$B := \{(u, v) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq v \leq 1, 0 \leq u \leq v^2\}.$$

6. Olkoon  $\alpha \geq 0$ . Millä  $\alpha$ :n arvoilla epäoleellinen integraali

$$\iint_{B(0,1)} \frac{1}{(x^2 + y^2)^{\alpha/2}} dx dy$$

suppenee? Tässä  $B(0, 1)$  on tason avoin yksikkökierros.