

VEKTORIANALYYSI
LASKUHARJOITUS 1
SYKSY 2008

1. Piirrä \mathbf{R}^3 :n koordinaatistoon joukot

a) $A_1 := \{(x, y, z) \mid x > 0, y > 0, z > 0, x + 2y + 3z < 4\}$

b) $A_2 := B((2, 0, 2), 2)$,

2. Samoin,

a) $B := \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 4, 1 \leq z \leq 4\}$,

b) joukko $B \cap B_1$, kun

$$B_1 := \{(x, y, z) \mid z < 5 - y\}$$

3. Olkoon $x = (2, 2, 2) \in \mathbf{R}^3$, ja olkoon $y \in \mathbf{R}^3$ vektori, jolle $|y| = 1$. Mikä on vektorin $x + y$

a) suurin mahdollinen pituus,

b) pienin mahdollinen pituus?

4. Suppeneeko vektorijono eli pistejono $(y_k)_{k=1}^{\infty}$, kun

$$y_k = \left(\frac{5+k}{k^2}, \frac{(-1)^k}{k}, \frac{2+k}{k}, \frac{1}{k^2} \right) \in \mathbf{R}^4 \quad ?$$

Jos suppenee, mikä on jonon raja-arvo?

5. Samoin, kun

$$y_k = \left(2, \frac{\sin(k\pi/4)}{k}, \sin(k\pi/4) \right) \in \mathbf{R}^3 \quad ?$$

6. Olkoon $A \subset \mathbf{R}^n$ suljettu. Osoita, että $\partial A \subset A$.