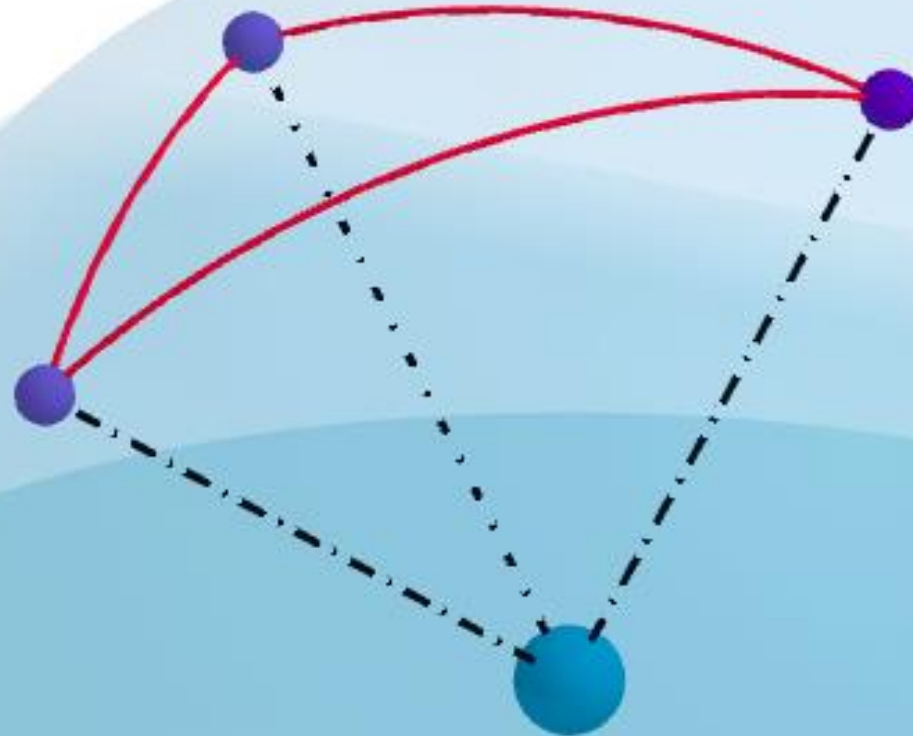


Kolumatematiikan tarina

– ongelmien ja oivallusten kautta esitettynä



Materiaali on osa LUMATIKKA-täydennyskoulutusohjelmaa, jonka toteutuksesta vastaa LUMA-keskus Suomi -verkosto yhteistyökumppaneineen. Ohjelman rahoittaa Opetushallitus. Tehtävät on koostanut Martina Aaltonen.



LUMA-KESKUS SUOMI
LUMA-CENTER FINLAND
LUMA CENTRE FINLAND



Tehtävä 1.

a) Selitä kuvan avulla miksi summa

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9$$

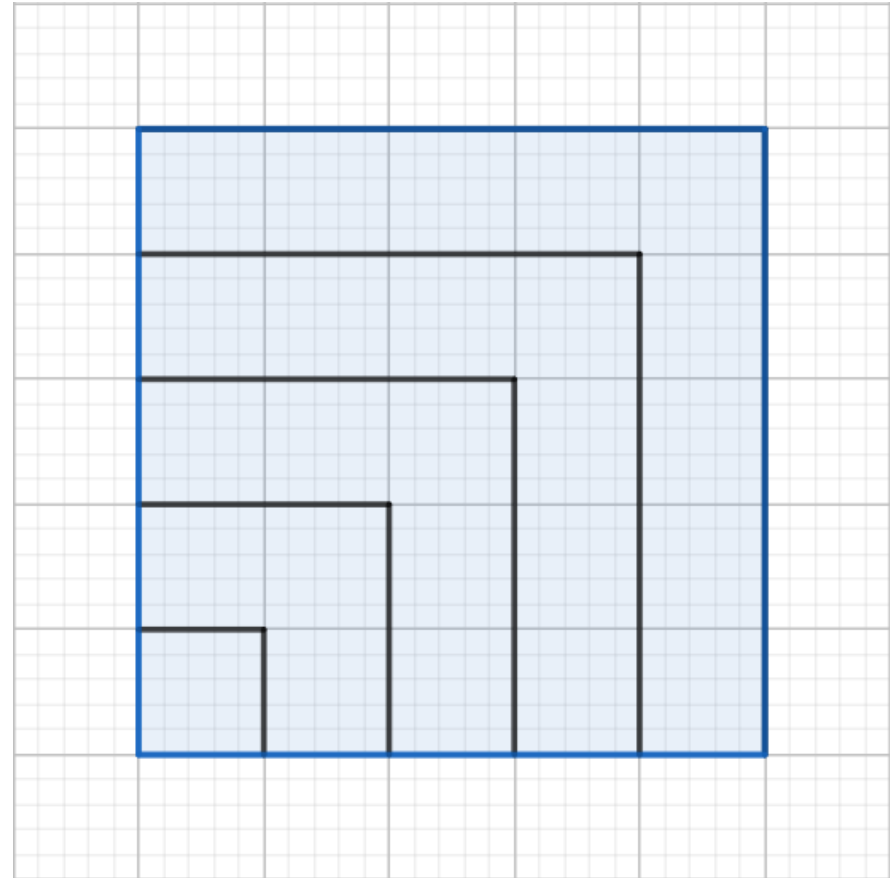
muodostaa luvun 5 neliön 5^2

Tutki sitten yleistyykö tulos.

b) Muodostaako summa

$$1 + 3 + 5 + \dots + 1001,$$

jonkin luonnollisen luvun k neliön k^2 ?



Tehtävä 2.

a) Selitä kuvan avulla miksi

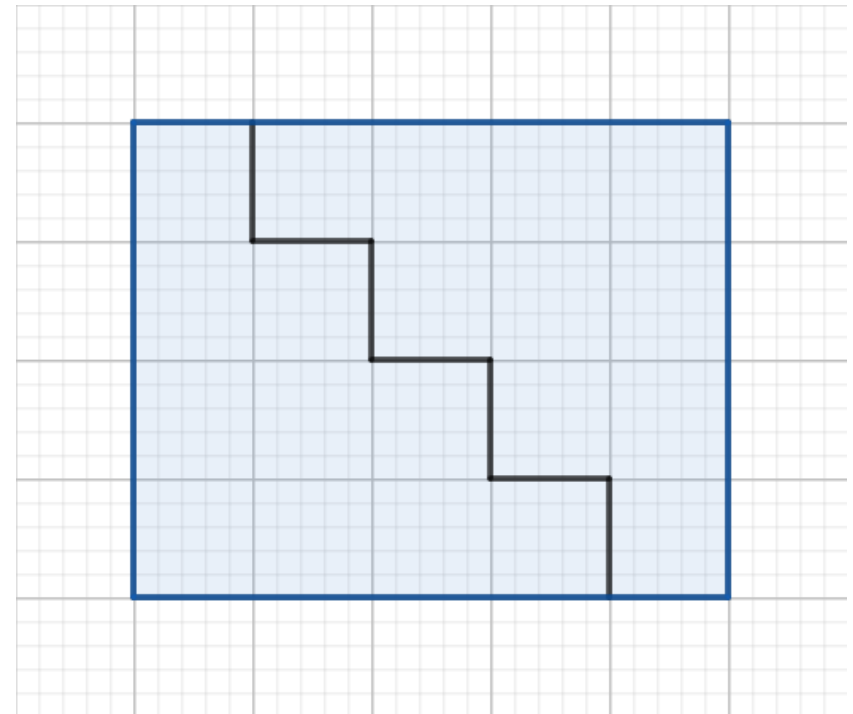
$$1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4(4 + 1)}{2}$$

Tutki yleistyykö tulos.

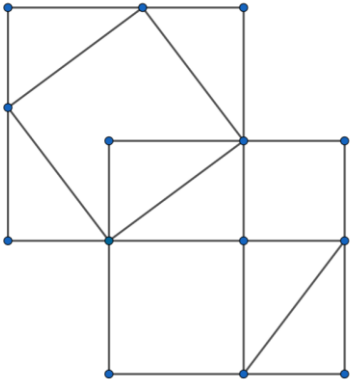
b) Onko yhtälö

$$1 + 2 + \dots + 1001 = \frac{1001(1001 + 1)}{2}$$

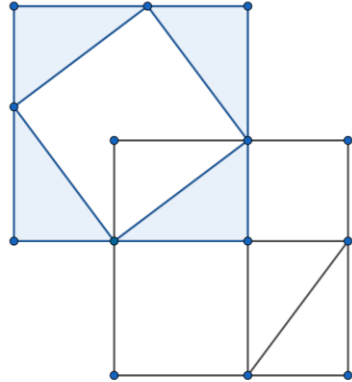
voimassa?



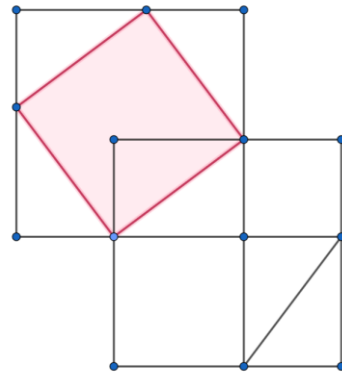
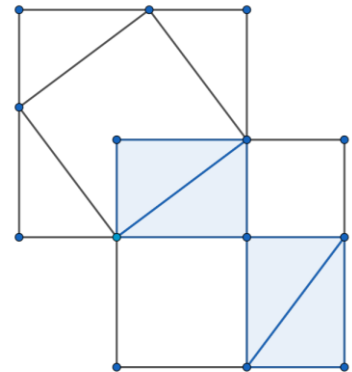
Tehtävä 3.



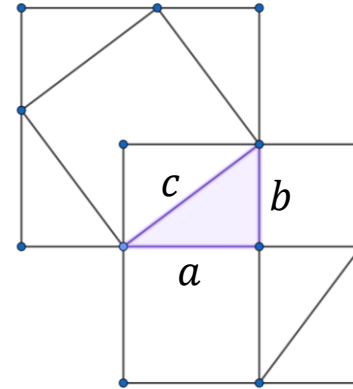
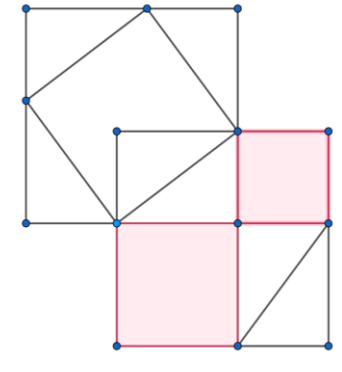
a) Etsi kuvasta viisi neliötä. Mitkä kaksi ovat yhtenevät?



b) Ovatko kuvien sinisillä alueilla sama pinta-ala? Miksi?



c) Onko kuvien punaisilla alueilla sama pinta-ala? Miksi?



d) Pythagoraan lauseen mukaan kuvan suorakulmaiselle kolmiolle pätee $a^2 + b^2 = c^2$, missä a ja b ovat kolmion sivujen pituuksia ja c hypotenuusan pituus. Väritä kuviosta neliöt, joiden pinta-alat ovat a^2 , b^2 ja c^2

e) Vertaa Pythagoraan lausetta kohtiin c) ja d). Mitä huomaat?

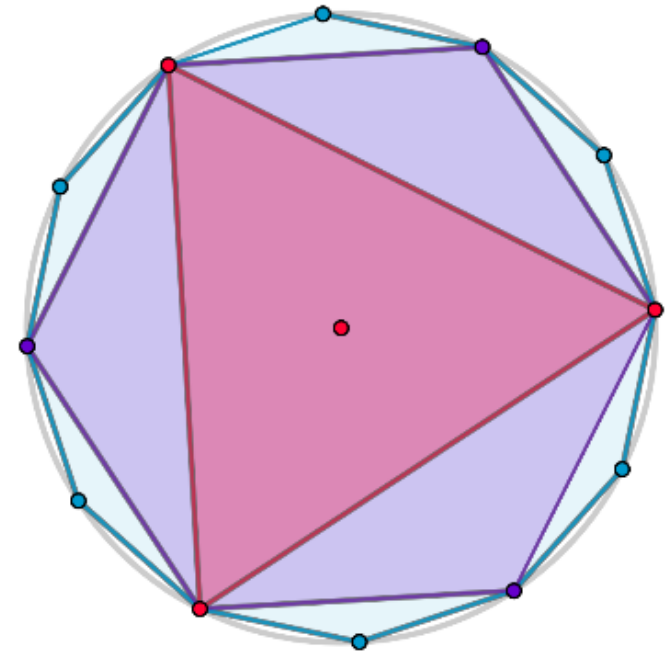
Tehtävä 4.

a) Kuvan ympyrän pinta-ala on π . Mikä on sen säde?

b) Ympyrän sisälle on harpin ja viivaimen avulla piirretty tasasivuinen kolmio, säännöllinen 6-kulmio ja säännöllinen 12-kulmio, joiden kärjet ovat ympyrän kehällä

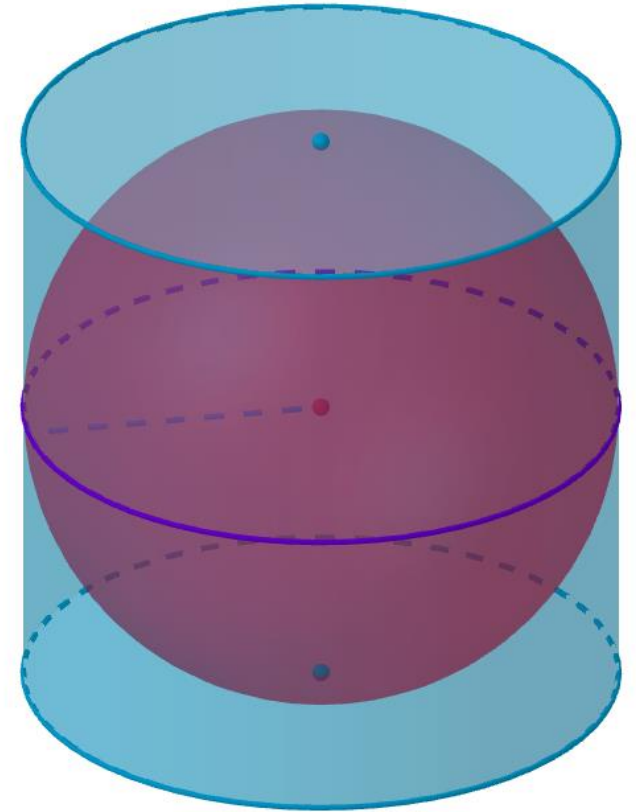
Miten viereiseen kuvaan voisi piirtää säännöllisen 24-kulmion, jonka kärjet ovat ympyrän kehällä? Onnistuuko sama myös säännöllisen 48- ja 96-kulmion tapauksissa?

Lisätieto: Ympyrän pinta-alaa, ja siten lukua π , voidaan arvioida säännöllisen monikulmion pinta-alalla. Arvio $\pi \approx 3,14$ saadaan laskemalla säännöllisen 96-kulmion pinta-ala



Tehtävä 5.

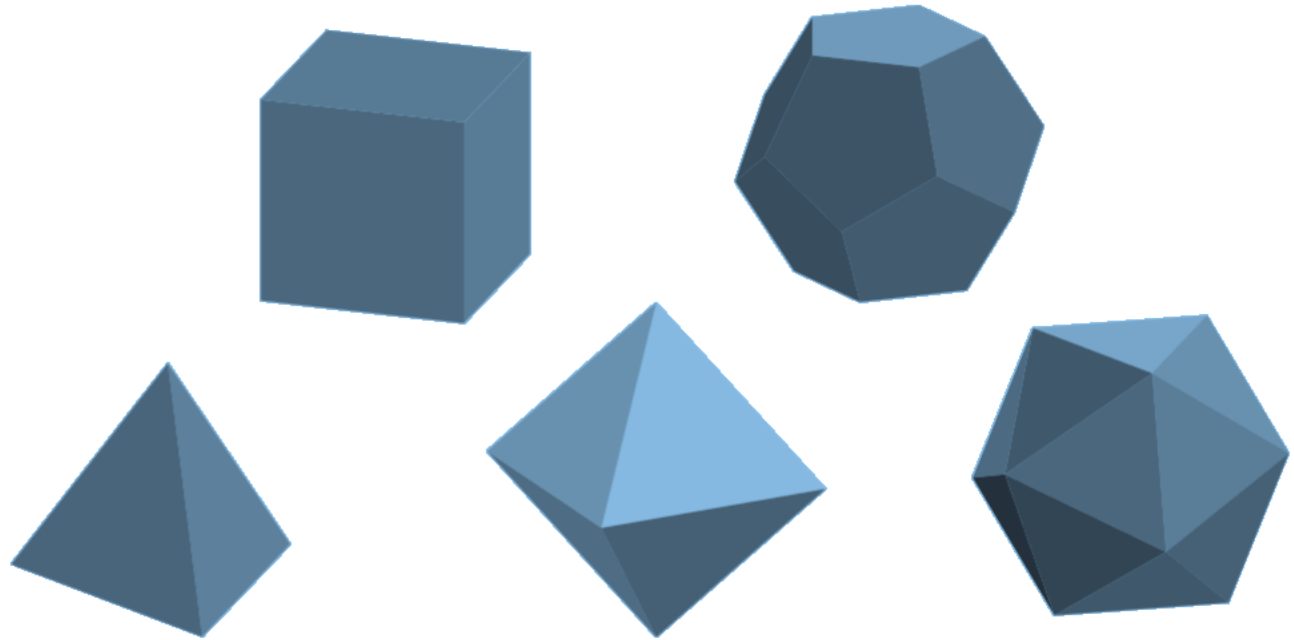
- Tarkista kaavojen avulla laskemalla Arkhimedeksen saamat tulokset (säteellä $r = 1$):
 - a) Pallon pinta-ala on neljä kertaa lilareunaisen ympyrän pinta-ala
 - b) Pallon pinta-ala on kaksi kolmasosaa ympyrälieriön pinta-alasta
 - c) Pallon tilavuus on kaksi kolmasosaa ympyrälieriön tilavuudesta
- Mikä on pallon pinta-alan suhde ympyrälieriön vaipan pinta-alaan? Onko tulos yllättävä?
- Vertaa kohtia b) ja c). Mitä huomaat?



Kuva: Punaisella pallolla, sinisellä ympyrälieriöllä ja lilalla ympyrällä on kaikilla sama säde r . Ympyrälieriön korkeus on $2r$.

Tehtävä 6.

- Platonin kappaleiden sivut ovat samanlaisia säännöllisiä monikulmioita, ja lisäksi niiden kulmissa kohtaa aina yhtä monta sivua. Kaikki mahdolliset Platonin kappaleet näkyvät viereisessä kuvassa
- Rakenna Platonin kappale vaahtokarkeista ja hammastikuista
- Miksi ei voi olla olemassa Platonin kappaletta, jonka kulmassa kohtaa neljä neliötä tai kuusi tasasivuista kolmiota?



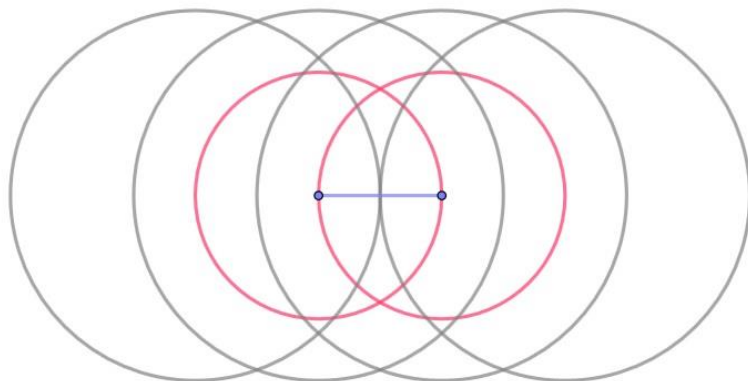
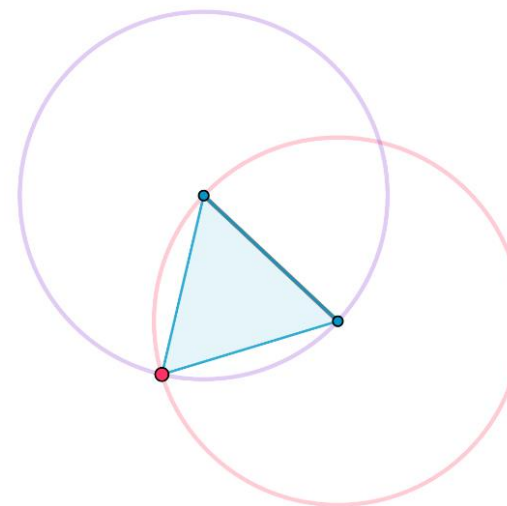
Tekijä: UStas

Tehtävä 7.

a) Tasasivuinen kolmio voidaan harpin ja viivaimen avulla piirtää vireisen kuvan osoittamalla tavalla. Miksi kuvan kolmio on tasasivuinen?

Piirrä kolmion sinisten pisteiden väliselle janelle keskinormaali, eli suora, joka kulkee janan keskipisteen kautta ja on kohtisuorassa janaa vastaan

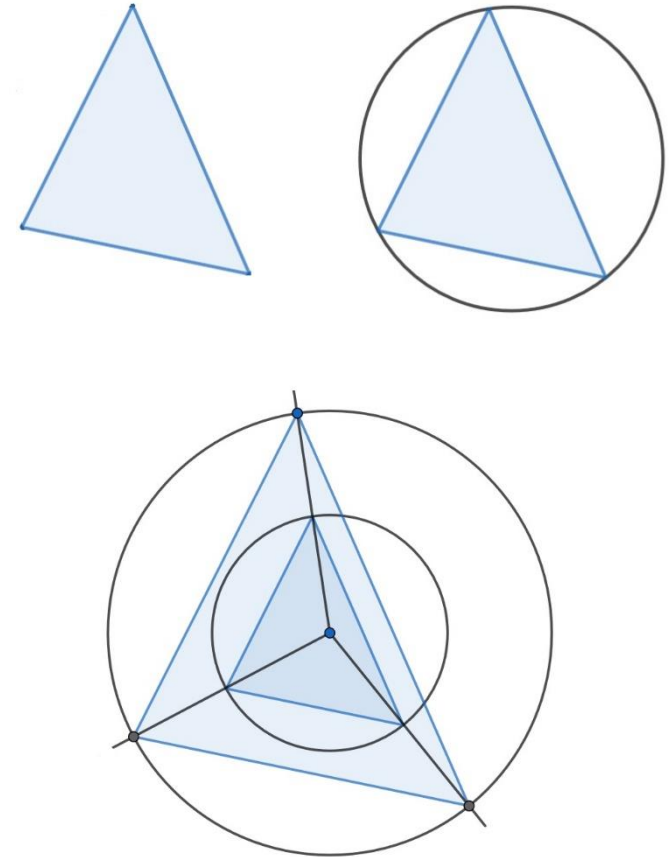
b) Sovella oppimaasi ja piirrä alempaan kuvaan kolme suoraa, jotka yhdessä lilan janan kanssa rajaavat neliön



Tehtävä 8.

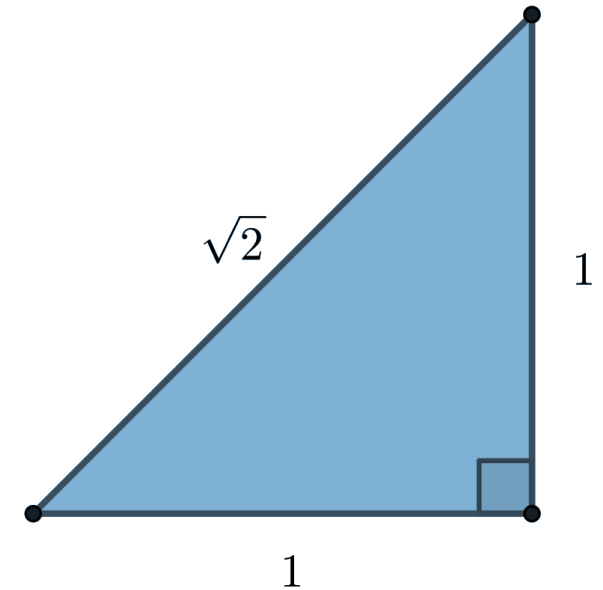
Piirrä kolmio. Piirrä sitten harpin ja viivaimen avulla viereistä kuvasarjaa hyödyntäen kolmion kanssa yhdenmuotoinen kolmio, jonka kärjet ovat sellaisen ympyrän kehällä, jonka säde on 5cm

Vihje: Ympyrän keskipiste löytyy kolmion sivujen keskinormaalien leikkauspisteestä

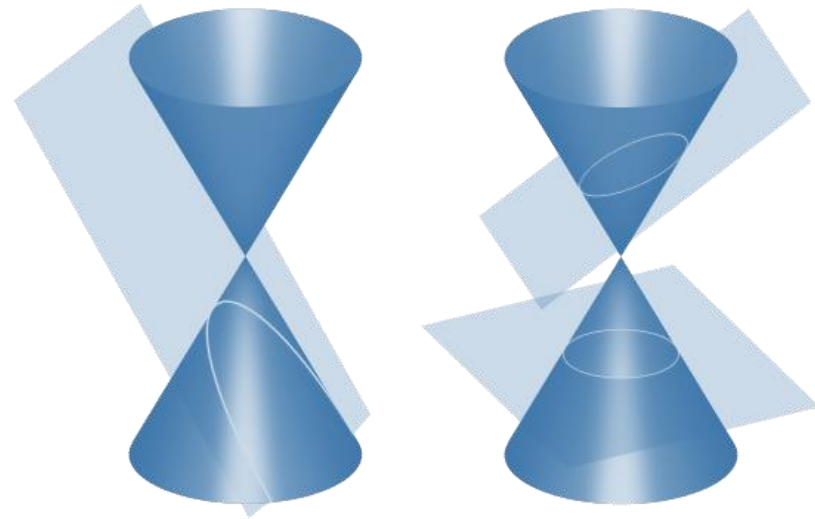
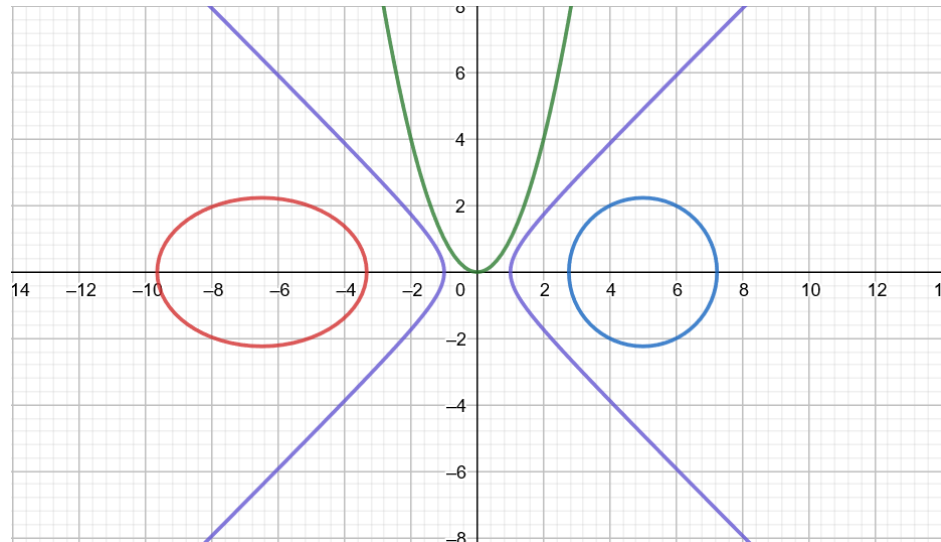


Tehtävä 9.

- Piirrä kuvaan harpilla ja viivaimella suorakulmainen kolmio, jonka kateettien pituudet ovat $\sqrt{2}$ ja 1. Mikä on kolmion hypotenuusan pituus?
- Miten tilannetta voisi yleistää?



Tehtävä 10.



Kuva: Pbroks13, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5919064>

Etsi kummastakin kuvasta

a) ympyrä b) ellipsi c) paraabeli ja d) hyperbeli?