

Linnunradan rakenne – harjoitus 4 syksy 2022

Ratkaisut on palautettava ma 7.11. klo 12.00 mennessä kurssin Moodle-sivulle.

1. Pitkäperiodinen muuttuja on on maksimissaan 1.0 (bolometristä) magnitudia kirkkaampi kuin minimissä. Effektiivinen lämpötila maksimissa on $T_{\text{eff}} = 4500 \text{ K}$. Kuinka suuri on T_{eff} minimissä, jos koko muutos johtuu lämpötilan muutoksesta? Jos taas lämpötila ei muutu, kuinka suuri on säteen suhteellinen muutos?
2. Jättiläismolekyylipilven kuuman ytimen NGC 6334F ekvatoriaaliset koordinaatit ovat $\alpha = 17^{\text{h}}20^{\text{m}}9$, $\delta = -35^{\circ}47'$ (J2000.0), ja sen säteisnopeus LSR:n suhteen on $V_{\text{LSR}} = -7 \text{ km s}^{-1}$. Laske kohteen heliosentrinen nopeus olettaen auringon apeksiliikkeelle $A_{\odot} = 18^{\text{h}}3^{\text{m}}8$, $D_{\odot} = +30^{\circ}0'$ (J2000.0), $S_{\odot} = 20 \text{ km s}^{-1}$.
3. Tähtien nopeusjakaumia analysoitaessa voi olla käytännöllistä käyttää galaktisiin koordinaatteihin kiinnitettyä suorakulmaista koordinaatistoa (x', y', z') (ks. vanha Mattilan luentomoniste s. 79). Muunnoksen ekvatoriaalisista nopeuksista $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ galaktisiin koordinaatteihin $(\dot{x}', \dot{y}', \dot{z}')$ voi esittää matriisimuodossa. Laske tämä matriisi epookille 2000.0:
 - (a) esitä matriisi trigonometrinen funktioiden ja kulmien avulla, ja
 - (b) laske matriisin alkioiden lukuarvot.

Ohje: Muunnoksessa on kysymys koordinaatiston kierrosta, joka on helppo toteuttaa rotaatiomatriisien avulla. Siirtyminen ekvatoriaalisesta koordinaatistosta galaktiseen tapahtuu kiertämällä $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ -koordinaatistoa ensin z -akselin (dekliinaatioakseli) suhteen myötäpäivään kulman $282^{\circ}75$ verran ($= 18^{\text{h}}51^{\text{m}}$, galaktisen ekvaattorin nouseva solmu). Sen jälkeen tehdään kierto x -akselin suhteen myötäpäivään kulman $62^{\circ}87$ verran ($90^{\circ} - \delta_{\text{N.G.P.}}$, galaktisen tason inkliinaatio taivaantasoon nähden). Koska Linnunradan keskusta ($l = 0^{\circ}, b = 0^{\circ}$) sijaitsee $33^{\circ}9$ astetta nousevasta solmusta, koordinaatistoa kierretään uudelleen z -akselin suhteen vastapäivään tämän kulman verran. Luentomonisteessa määritelty $(\dot{x}', \dot{y}', \dot{z}')$ -koordinaatisto on vasenkätinen, eli x' -akseli osoittaa suuntaan $l = 180^{\circ}$. Tämän takia lopuksi täytyy suorittaa peilaus yz -tason suhteen. Kaiken kaikkiaan muunnos voidaan kirjoittaa kaavana

$$\begin{pmatrix} \dot{x}' \\ \dot{y}' \\ \dot{z}' \end{pmatrix} = \sigma_{yz} R_z(\psi) R_x(\theta) R_z(\phi) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix},$$

missä $\phi = -282^{\circ}75$, $\theta = -62^{\circ}87$ ja $\psi = +33^{\circ}9$, ja σ_{yz} , R_x ja R_z matriisit määritellään seuraavasti:

$$R_z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_x(\gamma) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}, \quad \sigma_{yz} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Hae *Gaia*-arkistosta luennolla 7 esitetyllä tavalla kevätpäiväntasauspisteen ympäristöstä yhden asteen säteeltä tähdet, joiden etäisyys on alle 100 pc, joiden parallaksin virhe on alle 20% ja joiden säteisnopeuden virhe on alle 1 km/s. Tallenna tähtien koordinaatit, tangentiaalinopeuden komponentit ja säteisnopeudet taulukkoon, jonka sarakkeet ovat $\alpha, \delta, t_\alpha, t_\delta, v_r$. Hahmottele algoritmi, jolla nopeudet muunnetaan galaktiseen koordinaatistoon sidottuun systeemiin U, V, W (eli $\dot{x}', \dot{y}', \dot{z}'$) ja laske nopeudet galaktisessa koordinaatistossa *Gaia*-arkistosta noutamillesi tähdille.
5. Tarkastellaan syitä niin sanotun “Kapteynin maailmankaikkeuden” näennäiselle tähtijakautumalle. Oletetaan, että tarkasteltava alue on Linnunradan tasossa (siis $b = 0$), että $D(r) = D_0 = \text{vakio}$ tässä suunnassa ja että Linnunrata ulottuu äärettömän kauas. Lopuksi oletetaan tasainen ekstinktio $A(r) = \alpha \cdot r$, jossa $\alpha = 1 \text{ mag/kpc}$. Minkälaisen tiheysfunktion $D(r)$ Kapteyn sai kun hän erheellisesti oletti että interstellaarista ekstinktiota ei ole. Piirrä kuva $D(r)$ vs. r ja selitä miksi tähtitiheys tippuu nopeasti kaikkiin suuntiin Auringosta pois päin mentäessä.

Vihje: Käytä hyväksi fiktiivistä tiheysfunktiota (laskuharjoitus 3 tehtävä 4).