

## Linnunradan rakenne – harjoitus 3 syksy 2022

*Ratkaisut on palautettava ma 17.10. klo 12.00 mennessä kurssin Moodle-sivulle.*

1. Osoita, että jos tähden etäisyyden suhteellinen mittaustarkkuus on  $\frac{\Delta r}{r} = x$  niin tähden absoluuttisen magnitudin virhe on  $\Delta M[\text{mag}] = -2.17x$ . Tähden näennäisen magnitudin ja tähtienvälisen ekstinktion mittausrvirheet jätetään huomiotta.
2. Osoita, että stellaaristatistiikan perusyhtälö

$$A(m) = \omega \int_0^\infty D(r) \Phi(m - 5 \log r + 5) r^2 dr$$

voidaan kirjoittaa myös muodoissa

(a)

$$A(m) = 10^3 \beta \omega \int_{-\infty}^\infty 10^{0.6y} D_y(y) \Phi(m - y) dy,$$

(b)

$$A(m) = 10^3 \beta \omega 10^{0.6m} \int_{-\infty}^\infty D_y(m - M) 10^{-0.6M} \Phi(M) dM,$$

missä  $\beta = 0.2 \ln 10$ ,  $y = m - M$  on etäisyysmoduli ja  $D_y(y)$  on  $D(r)$  etäisyysmodulin avulla ilmaistuna.

3. Seeligerin tiheysfunktio. Kirkkaille tähdille ( $m < 9^m$ ) voidaan  $A(m)$  esittää muodossa:

$$\log A(m) = s_0 + s_1 m,$$

missä  $s_0$  ja  $s_1$  riippuvat galaktisesta leveydestä. Osoita että stellaaristatistiikan perusyhtälöllä on ratkaisu  $D(r) = C_0 r^{-\lambda}$  eli  $D_y(y) = C'_0 10^{-0.2\lambda y}$ . Osoita myös, että  $s_1 = 0.6 - 0.2\lambda$ . Interstellaarista ekstinktiota ei tässä laskussa huomioida.

4. Tähtienvälisen ekstinktion  $a(r)$  muodollinen eliminoiminen stellaaristatistiikan perusyhtälöstä. Otetaan etäisyyden  $r$  asemasta käyttöön niin sanottu fiktiivinen etäisyys  $\rho = r \cdot 10^{0.2a(r)}$ . Osoita että stellaaristatistiikan perusyhtälö voidaan kirjoittaa muotoon

$$A(m, S) = \omega \int_0^\infty \Delta_S(\rho) \Phi(m + 5 - 5 \log \rho, S) \rho^2 d\rho,$$

jossa  $\Delta_S(\rho)$  on fiktiivinen tiheysfunktio. On siis osoitettava että tiheysfunktio  $D_s(r)$  saadaan kaavasta

$$D_S(r) = \Delta_S(\rho) \frac{\rho^2}{r^2} \frac{d\rho}{dr} = \Delta_S(\rho) \left( 1 + 0.2 \ln 10 \cdot r \frac{da}{dr} \right) \cdot 10^{0.6a(r)}.$$

5. Oletetaan, että Linnunradan massa ( $M = 2 \cdot 10^{11} M_\odot$ ) on keskittynyt sen keskipisteseen. Hetkellä  $t = 0$  havaitsemme radiaalisen "spiraalihaaran" ja siinä viisi kohdetta, joista kukin sijaitsee 1 kpc välein etäisyyksillä  $r = 1 \text{ kpc}, 2 \text{ kpc}, 3 \text{ kpc}, 4 \text{ kpc}$  ja  $5 \text{ kpc}$  Linnunradan keskustasta. Laske ympyräradoilla liikkuvien tähtien paikat 50, 150 ja 250 miljoonan vuoden kuluttua. Piirrä tilanne kullakin hetkellä. Mitä voit sanoa spiraalihaaran säilymisestä?