



Linnunradan rakenne (FYS2053)

Luento 11: Tähtien radat ja Linnunradan massatiheys I

Jorma Harju

21.11.2022, Exactum D123

Tällä luennolla käsitellään

1. Pieni ratahäiriö tangentiaalisessa komponentissa
2. Tähdien liike z-akselin suunnassa
3. Auringon nykyinen paikka radallaan
4. Poisson'n yhtälö
5. Linnunradan paikallinen massatiheys z-suuntaisen liikkeen perusteella

Pieni ratahäiriö tangentiaalisessa komponentissa

Pieni häiriö tangentiaalisessa komponentissa I

Lähdetään liikkeelle **pintanopeuden** yhtälöstä

$$r^2 \dot{\phi} \approx R_0 \Theta_0 ,$$

ja tehdään rataa pieni radiaalinen häiriö, $r = R_0 + \xi$.

Kulmanopeus $\dot{\phi}$

$$\dot{\phi} = \frac{R_0 \Theta_0}{r^2} = \frac{R_0 \Theta_0}{R_0^2} \frac{1}{(1 + \xi/R_0)^2} \approx \frac{\Theta_0}{R_0} \left(1 - 2 \frac{\xi}{R_0} + \dots \right)$$

Sijoitetaan tämä sekä edellisellä luennolla johdettu ξ :n ratkaisu

$$\xi = \frac{\Pi_0}{\kappa} \sin \kappa t$$

ratanopeuden Θ lausekkeeseen:

$$\Theta = \dot{\phi} r = \dot{\phi} (R_0 + \xi) \approx \dot{\phi} R_0 = \Theta_0 \left(1 - \frac{2\Pi_0}{\kappa R_0} \sin \kappa t \right)$$

Pieni häiriö tangentiaalisessa komponentissa II

Määritellään η -koordinaatti:

$$\dot{\eta} \equiv \dot{\Theta} - \dot{\Theta}_0 = -\dot{\Theta}_0 \frac{2\Pi_0}{\kappa R_0} \sin \kappa t$$

Tämä on siis η -koordinaatin aikaderivaatta. Itse koordinaatti saadaan integroimalla:

$$\int \dot{\eta} dt \Rightarrow \eta = \frac{2\Pi_0}{\kappa^2 R_0} \dot{\Theta}_0 \cos \kappa t$$

Tekijälle $2\dot{\Theta}_0/(\kappa^2 R_0)$ saadaan Oortin vakioiden avulla arvo (ks. Luennot 9 ja 10)

$$\frac{2\dot{\Theta}_0}{\kappa^2 R_0} = \frac{2(A - B)}{-4B(A - B)} = -\frac{1}{2B}$$

Pieni häiriö tangentiaalisessa komponentissa III

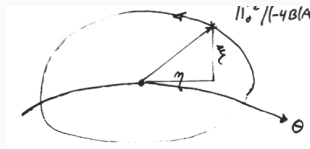
η ja $\dot{\eta}$ Oortin vakioiden avulla

$$\eta = -\frac{\Pi_0}{2B} \cos \kappa t, \quad \dot{\eta} = \Theta - \Theta_0 = -\sqrt{\frac{A-B}{-B}} \Pi_0 \sin \kappa t$$

Θ -suunnan värähtelyn periodi sama kuin r -suunnan (sama κ).

Episykliradan yhtälö

$$\frac{\xi^2}{\Pi_0^2/[-4B(A-B)]} + \frac{\eta^2}{\Pi_0^2/(4B^2)} = 1$$



Tähti kulkee episykliä pitkin vastakkaiseen suuntaan kuin keskimääräinen rataliike Θ :

Kun $r > R_0$, $\Theta(r) < \Theta_0$, kun $r < R_0$, $\Theta(r) > \Theta_0$

Episyklikuvaus on riittävä, kun eksentrisyys pieni

Tangentiaalisen ja radiaalisen nopeuskomponentin suhde I

Tangentiaalisen ja radiaalisen värähtelyamplitudien suhde:

$$\frac{\text{tang.}}{\text{rad.}} = \frac{\Pi_0}{-2B} \frac{2\sqrt{-B(A-B)}}{\Pi_0} = \sqrt{\frac{A-B}{-B}} \approx 1.5$$

Koordinaatit ξ ja η mittaavat poikkeamia kunkin tähden oman episyklin keskipisteen suhteen.

$\Theta_0(R_0)$ edustaa tämän keskipisteen nopeutta ympyräradalla.

Kullakin tähdellä on eri R_0 ja ne ovat eri vaiheissa episykliliikettä.

Tähtien nopeudet havaitaan kuitenkin LSR:n suhteen.

Tasaisen ympyräliikkeen nopeus auringon etäisyydellä on

$$\Theta_{\text{circ}}(R_0) = \Theta_0(R_0) \approx 230 \text{ km s}^{-1}$$

Paitsi että auringon kiertonopeus, Θ_{\odot} , poikkeaa tästä $+12 \text{ km s}^{-1}$, joidenkin lähteiden mukaan myös LSR:n kiertonopeus on n. 12 km s^{-1} suurempi (Hayes 2018, ApJ 867,L20).

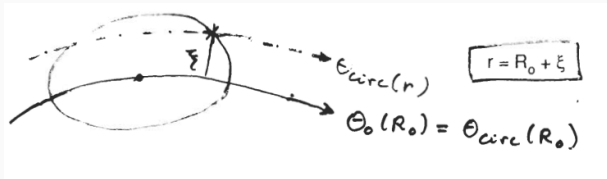
Tangentiaalisen ja radiaalisen nopeuskomponentin suhde II

Olkoon $\Theta_c(r)$ tasaisen ympyräliikkeen nopeus etäisyydellä r

Todellisen ratanopeuden $\Theta(r)$ poikkeama tästä:

$$\Theta(r) - \Theta_c(r) = \frac{\Theta_0 R_0}{r} - \Theta_c(r) \approx \Theta_0 \left(1 - \frac{\xi}{R_0}\right) - \Theta_0 - \left(\frac{d\Theta_c}{dr}\right)_{R_0} \xi$$

$$\Theta(r) - \Theta_c(r) = 2B\xi = \frac{2B\Pi_0}{\kappa} \sin \kappa t = -\sqrt{\frac{-B}{A-B}} \Pi_0 \sin \kappa t$$



Tangentiaalisen ja radiaalisen nopeuskomponentin suhde III

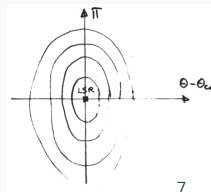
Nopeuskoordinaatistossa (Θ, Π) kutakin tähteä edustava piste sijoittuu ellipsille jonka koko riippuu tähden alkunopeudesta Π_0 :

$$\frac{\Pi^2}{\Pi_0^2} + \frac{[\Theta(r) - \Theta_{\text{circ}}(r)]^2}{-B/(A - B) \Pi_0^2} = 1$$

Tähden paikka ellipsissä riippuu siitä missä vaiheessa tähti on episykliradallaan.

Jos Π_0 on normaalisti jakautunut \Rightarrow Ellipsoidinen nopeusjakautuma tähdille, kuten on havaittu!

$$\frac{\sigma_{\Pi}}{\sigma_{\Theta}} = \sqrt{\frac{A - B}{-B}} = 1.5$$



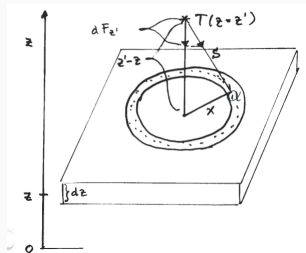
Tähtien liike z -akselin suunnassa

Liike kohtisuorassa Linnunradan tasoa vastaan I

Lasketaan voima f_z kohtisuoraan Linnunradan tasoon nähden olettaen, että Linnunrata on tasapaksu ääretön levy, jossa tiheys on vakio xy -tason suuntaisissa tasoissa.

Levystä leikatun x -säteisen ja dx -paksuisen sylinterin vetovoima tähteen T (korkeus z'):

$$df_{z'} = -G 2\pi x dx \rho(z) dz \frac{1}{s^2} (z' - z)/s$$



$$s = \sqrt{x^2 + (z - z')^2}$$
$$\cos \alpha = (z' - z)/s$$

Liike kohtisuorassa Linnunradan tasoa vastaan II

Koko voima saadaan integroimalla:

$$f_{z'} = -2\pi G \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z)(z' - z) dz \int_0^{\infty} x[x^2 + (z' - z)^2]^{-3/2} dx$$

Integraali dx :n yli antaa tulokseksi $\pm 1/(z' - z)$, joka supistuu vastaavan tekijän kanssa dz integraalissa, joten

$$f_{z'} = -2\pi G \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z) dz$$

Valitaan $z' > 0$

Integraali voidaan jakaa kolmeen osaan, josta symmetrian vuoksi saadaan:

$$f_{z'} = -2\pi G \left[\int_{-\infty}^{-z'} \rho dz + \int_{-z'}^{z'} \rho dz - \int_{z'}^{\infty} \rho dz \right] = -4\pi G \int_0^{z'} \rho(z) dz$$

Liike kohtisuorassa Linnunradan tasoa vastaan III

Pienille z :n arvoille $\rho(z) \approx \text{vakio} = \rho_0$

$$f_{z'} = -4\pi G\rho_0 z \quad \text{harmoninen voima}$$

Liikkeyhtälön ratkaisu on jälleen sinimuotoa:

$$\begin{cases} \ddot{z} = f_z = -Cz \\ z = Q \sin \lambda t \\ \dot{z} = Q\lambda \cos \lambda t = Z_0 \cos \lambda t \end{cases}$$

Alkuehdot: $z = 0$ (paikka), $Z = Z_0$ (nopeus) kun $t = 0$

$$z = \frac{Z_0}{\lambda} \sin \lambda t, \quad \lambda = \sqrt{C} = \sqrt{4\pi G\rho_0} = 80.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$$

Tässä oletettu keskimääräinen massatiheys $\rho_0 = 0.12 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$ (Widmark & Monari 2019, MNRAS 482, 262)

Värähdysaika z-suunnassa: $P_z = 2\pi/\lambda = 76.3 \times 10^6$ vuotta.

Suhde kiertoaikaan: $P_z/P_{\text{rot}} = 0.33$.

Värähdysaika z-suunnassa on selvästi lyhyempi kuin Linnunradan pyörähdysaika tai tasossa tapahtuvan episykliliikkeen periodi.

Auringon nykyinen paikka radallaan

Auringon nykyinen paikka radallaan I

Auringon tämänhetkinen nopeus LSR:n suhteen on

$$\begin{cases} \Pi_{\odot} &= -8.7 \text{ km s}^{-1} \\ \theta_{\odot} &= +12 \text{ km s}^{-1} \\ Z_{\odot} &= +7.2 \text{ km s}^{-1} \end{cases}$$

Bobylev & Bajkova 2018; Hayes et al. 2018; Widmark & Monari 2019

Widmark & Monarin mukaan Aurinko on tällä hetkellä korkeudella $z = 15.3 \pm 2.2$ pc ja liikkuu ylöspäin galaksin tasosta nopeudella $7.2 \pm 0.2 \text{ km s}^{-1}$.

Käyttämällä kaavoja $z = \frac{Z_0}{\lambda} \sin \lambda t$ ja $\dot{z} = Z_0 \cos \lambda t$ voidaan ratkaista Z_0 ja liikkeen amplitudi Z_0/λ , kun oletamme, että λ on tunnettu ($= 80.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$). Jätetään tämä harjoitustehtäväksi.

Auringon nykyinen paikka radallaan II

Nopeuskomponenteille LSR:n suhteen johdettiin tulokset:

$$\Pi = \Pi_0 \cos \kappa t \quad , \quad \theta = \Theta(r) - \Theta_{\text{circ}}(r) = -\sqrt{\frac{-B}{A-B}} \Pi_0 \sin \kappa t$$

Jakamalla yhtälöt saadaan ratkaistua tekijä $\tan \kappa t$:

$$\tan \kappa t = -\sqrt{\frac{A-B}{-B}} \frac{\theta_{\odot}}{\Pi_{\odot}} = \frac{-1.5 \times 12}{-8.7} = 2.07$$

$$\Rightarrow \kappa t = 244^{\circ}$$

Ratkaistaan nyt radiaalisuunnan alkunopeus:

$$\cos \kappa t = \frac{\Pi}{\Pi_0} \Rightarrow \Pi_0 = \frac{\Pi}{\cos 244^{\circ}} = 20 \text{ km s}^{-1}$$

Episykliliikkeen koordinaatit saadaan nyt yhtälöistä:

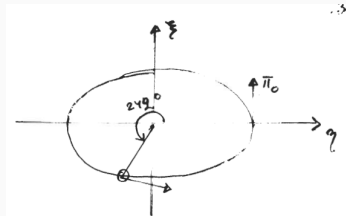
$$\xi = \frac{\Pi_0}{\kappa} \sin \kappa t \quad , \quad \eta = \frac{\Pi_0}{-2B} \cos \kappa t$$

Auringon nykyinen paikka radallaan III

Yhtälöistä voidaan ratkaista värähdysamplitudin suuruus:

$$\kappa = 2\sqrt{-B(A - B)} \approx 36 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$$

$$\frac{\Pi_0}{\kappa} \approx 560 \text{ pc} , \quad \frac{\Pi_0}{-2B} \approx 830 \text{ pc}$$



Aurinko poikkeaa siis keskimääräiseltä ympyräradaltaan maksimissaan ± 560 pc radiaalisessa ξ -suunnassa ja ± 830 pc tangentialisessa η -suunnassa

Auringon tämänhetkinen radiaalinen etäisyys keskipisteestä:

$$\xi = 560 \text{ pc} \cdot \sin 244^\circ \approx -500 \text{ pc}$$

Auringon keskimääräinen etäisyys Linnunradan keskuksesta on noin 500 pc suurempi kuin nykyinen etäisyys $R_0 = 8.2$ kpc.

Poisson'n yhtälö

Poisson'n yhtälö I

Linnunradan paikallisen massatiheyden määrittämistä varten palautamme mieleen Poisson'n yhtälön.

Gravitaatiopotentiaali Φ ja kenttä \vec{f} (voima massayksikköä kohti = vetovoiman aiheuttama kiihtyvyyys) etäisyydellä r massasta m

$$\Phi(r) = -\frac{Gm}{r} \qquad \vec{f} = -\nabla\Phi = -\frac{Gm}{r^2}\hat{e}_r$$

Gaussin laki painovoimakentälle: kentän vuo suljetun mielivaltaisen suljetun pinnan \vec{S} läpi on verrannollinen pinnan sisään jäävään massaan:

$$\iint \vec{f} \cdot d\vec{S} = -Gm \iint \frac{\hat{e}_r \cdot d\vec{S}}{r^2} = -4\pi Gm$$

Divergenssiteoreema (Gaussin lause):

$$\iint \vec{f} \cdot d\vec{S} = \iiint \nabla \cdot \vec{f} dV$$

Tarkastelu voidaan yleistää koskemaan joukkoa massapisteitä tai jatkuvaa tiheysjakaumaa

$$m = \iiint \rho dV$$

Poisson'n yhtälö III

Käyttämällä Gaussin lakia saamme

$$-4\pi G \iiint \rho dV = \iiint \nabla \cdot \vec{f} dV = \iiint \nabla \cdot (-\nabla \Phi) dV$$

Koska valitu pinta on mielivaltainen, integroitavat funktiot ovat samat:

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$$

Tämä on Poisson'n yhtälö gravitaatiopotentiaalin ja tiheysjakauman välillä

Linnunradan paikallinen massatiheys
z-suuntaisen liikkeen perusteella

Linnunradan massatiheys Auringon lähiympäristössä I

Tutkitaan massatiheyttä Linnunradassa $\rho = \rho(x, y, z) = \rho(R, \theta, z)$

Tämä massajakautuma aiheuttaa vetovoimakentän, jonka potentiaali saadaan Poisson'n yhtälöstä:

$$\nabla^2 \Phi = -\nabla \cdot \vec{f} = 4\pi G\rho$$

Massa aiheuttaa siis painovoimapotentiaalin, joka liikuttaa tähtiä

Havaitsemalla tähtien liikkeitä voidaan saada selville massan jakauma Auringon lähellä

Poisson'n yhtälö sylinterikoordinaateissa:

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial(rf_r)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial f_\phi}{\partial \phi} - \frac{\partial f_z}{\partial z} = 4\pi G\rho(r, \phi, z)$$

Linnunradan massatiheys Auringon lähiympäristössä II

Kun oletetaan, että massajakauma on aksiaalisymmetrinen, $\frac{\partial f_\phi}{\partial \phi} = 0$, Poisson'n yhtälöstä jää jäljelle

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial(rf_r)}{\partial r} - \frac{\partial f_z}{\partial z} = 4\pi G\rho(r, \phi, z)$$

Voimme arvioida radiaalista termiä Auringon lähiympäristössä edellisellä luennolla johdettujen tulosten avulla:

$$f_r = -\frac{\Theta^2}{R} \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial(rf_r)}{\partial r} = \frac{1}{R_0} \left(\frac{\partial \Theta^2}{\partial R} \right)_{R_0} = \frac{2\Theta_0}{R_0} \left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} = -2(A - B)(A + B),$$

missä A ja B ovat Oortin vakioita

Linnunradan massatiheys Auringon lähiympäristössä III

Sijoittamalla $A = 15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, $B = -12 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$

$$-2(A - B)(A + B) \approx -160 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \text{ kpc}^{-2} = -1.7 \times 10^{-31} \text{ s}^{-2}$$

Massatiheys Auringon lähellä (johdetaan alla)

$\rho_0 \approx 0.12 M_{\odot} \text{ pc}^{-3} = 8 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$ (näkyvien tähtien tiheys on noin 2-3 kertaa pienempi), josta saadaan

$$4\pi G \rho_0 = 6.8 \times 10^{-30} \text{ s}^{-2}$$

Tästä nähdään, että z -termi hallitsee Poisson'n yhtälöä.

Kun $z \ll R_0$, $\rho(z) = \rho_0$ ja $|f_z| \propto z$.

Kun $z > R_0$, $|f_z| \propto z^{-2}$

$\Rightarrow f_z$:lla on maksimi jossain $z \approx R_0$ tienoilla

Harmoninen z-voima

Kun tarkastellaan Linnunrataa äärettömänä levynä, jossa massatiheys on vain z:n funktio, $\rho = \rho(z)$, saadaan painovoimakentälle

$$\frac{\partial f_x}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial f_y}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial f_z}{\partial z} = -4\pi G\rho(z)$$

Massatiheys $\rho(z)$ voidaan määrätä kunhan kentän z-suuntainen komponentti f_z tunnetaan z:n funktiona

Kun z on pieni (≈ 0), tähti on Linnunradan tasossa ja saadaan:

$$\frac{\partial f_z}{\partial z} = -4\pi G\rho(0) \Rightarrow f_z = -4\pi G\rho_0 z$$

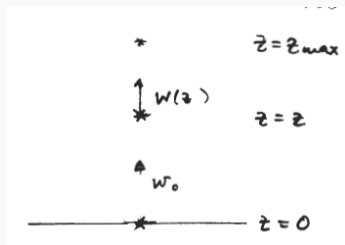
Yhden tähden z-suuntainen liike

Tarkastellaan ensin yhden tähden liikettä. Nopeus z-suunnassa $w(z)$, Linnunradan tasossa $w(0) = w_0$, kokonaisenergia E

$$\frac{1}{2}w^2(z) - \int_0^z f_{z'} dz' = \frac{1}{2}w_0^2 = E$$

Seuraamalla tähden nopeuden muuttumista sen väähdellessä z-suunnassa olisi mahdollista määrätä $f_z(z)$ ja sen avulla $\rho(z)$

Ongelmana on että, yhteen väähdykseen menee aikaa noin 10^7 vuotta



Tähtipopulaation nopeus- ja tiheysjakauma z-suunnassa I

Tarkastellaan tähtipopulaatiota, jolle z-suuntaiset nopeudet Linnunradan tasossa, w_0 , ovat jakautuneet ellipsoiditeorian mukaisesti.

Nopeuksien jakaumaa kuvaa todennäköisyystiheysfunktio Φ :

$$z = 0 : \quad \Phi_0(w_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{w_0^2}{\sigma^2}}$$

Tässä on siis tähtiä joilla erilaiset nopeudet w_0 ja siis erilaiset kokonaisenergiat $E = 1/2w_0^2$

Tähtipopulaation nopeus- ja tiheysjakauma z-suunnassa II

Kullekin tähdelle voidaan laskea $w(z)$ energiantegraalista:

$$w(z) = \sqrt{w_0^2 + 2 \int_0^z f_{z'} dz'}$$

Voimatekijä ei riipu nopeudesta w_0 ja on sama kaikille tähdille korkeudella z .

Derivoimalla $w(z)$:n lauseke w_0 :n suhteen saadaan:

$$\frac{dw(z)}{dw_0} = \frac{w_0}{w(z)} \quad \text{eli} \quad w(z)dw(z) = w_0dw_0$$

Tähtipopulaation nopeus- ja tiheysjakauma z-suunnassa III

Olkoon $D(z)$ tähtien lukumäärätiheys korkeudella z (kaikkien nopeuksien yli laskettuna).

Merkitään tähtitiheyttä Linnunradan tasossa $D(0) = D_0$

Tähtitiheys nopeusvälillä $[w_0 - dw_0/2, w_0 + dw_0/2]$ on

$$D_0 \Phi_0(w_0) dw_0 ,$$

missä Φ_0 on edellä määritelty todennäköisyystiheysfunktio.

Vastaavasti tähtitiheys korkeudella z , nopeusvälillä $[w - dw/2, w + dw/2]$, olettaen, että nopeusjakauma voi muuttua z :n funktiona:

$$D(z) \Phi_z(w) dw$$

Tähtipopulaation nopeus- ja tiheysjakauma z-suunnassa IV

Muodostetaan näiden tähtitiheyksien osamäärä, ja otetaan huomioon että tähtitiheys $D(z)\Phi_z(w)dw$ on kääntäen verrannollinen nopeuteen w ,

$$D(z)\Phi_z(w)dw \propto \frac{1}{w},$$

jolloin saadaan

$$\frac{D(z)\Phi_z(w)dw}{D_0\Phi_0(w_0)dw_0} = \frac{w_0}{w(z)}$$

Käyttämällä edellä johdettua tulosta $w(z)dw = w_0dw_0 \Rightarrow$

$$D(z)\Phi_z(w) = D_0\Phi_0(w_0)$$

Sijoitetaan tähän vielä edellä määritelty $\Phi_0(w_0)$:

$$D(z)\Phi_z(w) = D_0 \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{w_0^2}{\sigma^2}}$$

Tähtipopulaation nopeus- ja tiheysjakauma z-suunnassa V

Yhtälön oikea puoli voidaan kirjoittaa kahden termin tuloksi sijoittamalla w_0^2 energiaintegraalista:

$$D(z)\Phi_z(w) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{w^2}{\sigma^2}} D_0 e^{\frac{1}{\sigma^2} \int_0^z f_{z'} dz'}$$

Olemme saaneet nopeusjakauman $\Phi_z(w)$ ja tiheysjakauman $D(z)$ esitykset:

$$\Phi_z(w) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{w^2}{\sigma^2}}$$

$$D(z) = D_0 e^{\frac{1}{\sigma^2} \int_0^z f_{z'} dz'}$$

1) $D(z)$ antaa $f_z(z)$:n

2) Nopeusjakautuma ei muutu z:n funktiona, $\Phi_z = \Phi_0$

Kiihtyvyyden ja massatiheyden määrittäminen I

$D(z)$:n kaavasta saadaan lauseke voimalle $f_z(z)$,

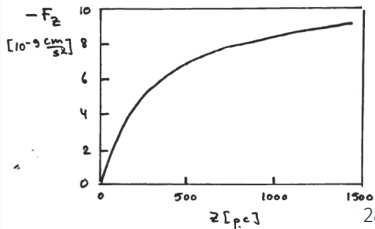
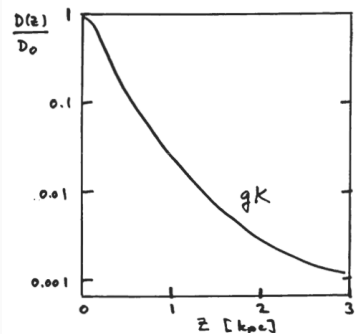
$$f_z(z) = \sigma^2 \frac{d \ln[D(z)/D_0]}{dz}$$

Havaitaan gK-tähtien jakaumaa ja käytetään havaintotulosta

$$\sigma_z = 16 \text{ km s}^{-1}$$

Pienillä z :n arvoilla $-f_z \propto z$
- harmoninen voima

Suurilla z :n arvoilla $-f_z$:n kasvu on hitaampaa



Kiihtyvyyden ja massatiheyden määrittäminen II

Saadun $f_z(z)$ -käyrän avulla voidaan määrätä massatiheys ρ_0
Auringon lähellä

Poisson'n yhtälö sylinterikoordinaateissa:

$$-\frac{\partial f_r}{\partial r} - \frac{f_r}{r} - \frac{\partial f_z}{\partial z} = 4\pi G\rho$$

Johdetaan ensin radiaaliset termit jotka ovat paljon pienempiä
kuin z-suuntaiset termit

$$f_r = -\frac{\Theta_{\text{circ}}^2}{r} \Rightarrow -\frac{\partial f_r}{\partial r} - \frac{f_r}{r} = \frac{2\Theta_c}{r} \frac{d\Theta_c}{dr}$$

Auringon lähellä voidaan käyttää Oortin vakioita:

$$-\frac{\partial f_r}{\partial r} - \frac{f_r}{r} = -2(A - B)(A + B) = -162 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \text{ kpc}^{-2}$$

Kiihtyvyyden ja massatiheyden määrittäminen III

Sivun 28 kuvasta saadaan z-suuntaiselle komponentille:

$$-\left(\frac{\partial f_z}{\partial z}\right)_{z=0} = 2.5 \cdot 10^{-9} \text{ cm s}^{-2} / 100 \text{ pc} \approx 81 \times 10^{-31} \text{ s}^{-2}$$

r-suuntaisen komponentin numeroarvoksi saadaan:

$$-\frac{\partial f_r}{\partial r} - \frac{f_r}{r} = -2(A - B)(A + B) \approx -1.7 \times 10^{-31} \text{ s}^{-2}$$

Auringon lähiympäristön tiheydeksi saadaan

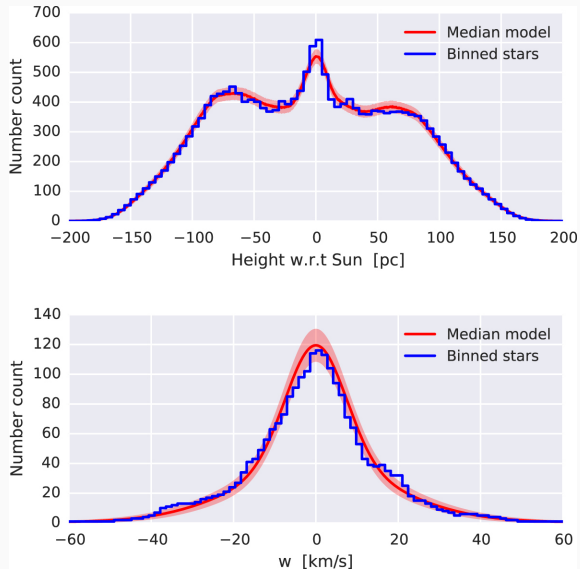
$$\rho_0 = 79.3 \times 10^{-31} \text{ s}^{-2} / (4\pi G) \approx 9.5 \times 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$$

Paikallinen massatiheys on siis

$$\rho_0 \approx 10^{-23} \text{ g cm}^{-3} = 0.14 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$$

Viimeaikaisissa tutkimuksissa on saatu vähän pienempiä arvoja, $\rho_0 \approx 0.12 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$ (esim. Widmark & Monari 2019)

Widmark & Monari (2019, MNRAS 482, 262): Auringon lähitähkien ($d < 160$ pc) z -etäisyyksien ja \dot{z} -nopeuksien (w) jakaumat käyttäen *Tycho-Gaia* Astrometric Solution -luettelo.



Mitä opimme?

Tähti kiertää Linnunradan keskustaa keskimäärin pitkin ympyrärataa, mutta samalla värähtelee sekä radiaalisessa että tangentialisessa suunnassa.

Liikettä voidaan kuvata retrogradisella episykliliikkeellä, jonka periodi on $P_{\text{osc}}/P_{\text{rot}} = 0.74$. Tähdän rata ei siis ole suljettu käyrä.

Vertikaalisessa z -suunnassa värähtelyn periodi on $P_z \approx 76$ miljoonaa vuotta. Aurinko kulkee aina ajoittain Linnunradan keskustason läpi.

Auringon keskimääräinen etäisyys Linnunradan keskuksesta on noin 500 pc suurempi kuin Auringon nykyinen etäisyys $R_0 \approx 8.2$ kpc.

Linnunradan paikallinen massatiheys saadaan laskettua tähtien z -suuntaisesta tiheysfunktioista $D(z)$ sekä nopeusdispersiosta σ_z .

Paikalliseksi massatiheydeksi saadaan $\rho_0 \approx 0.12 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$. Tästä $\sim 10 - 40\%$ on pimeää ainetta. Pimeän massan osuus kasvaa galaktosentrisen etäisyyden funktiona.